université
de bretagne
occidentale

Rapport de stage de Maîtrise

Stabilité et variabilité des configurations cyclone au nord et anticyclone au sud, et inversement

Florian Sévellec

stage réalisé au Laboratoire de Physique des Océans
sous la direction de
Thierry Huck[1],
Mahdi Ben Jelloul[2] et Guillaume Roullet[3]

Mai-Juin 2002

[1]CNRS, LPO, UBO
[2]Postdoc, Lodyc, Paris 6
[3]MCF, LPO, UBO

Je remercie particulièrement Thierry HUCK, Mahdi BEN JELLOUL et Guillaume ROULLET pour le temps qu'ils m'ont consacré. Leurs nombreux conseils et explications ont été très précieux. Je pense aussi à François COLAS avec qui j'ai eu des discussions enrichissantes et une aide appréciable. Enfin, je n'oublierais pas le personnel du Laboratoire de Physique des Océans pour leur acceuil et pour leur aide.

Contents

1 Introduction

La configuration de circulation des courants océaniques dans l'Atlantique Nord est celle d'un cyclone au nord et d'un anticyclone au sud. Cette circulation est engendrée par les vents d'Ouest et les alizés. Afin de modéliser cette circulation, nous travaillerons sur la simplification d'un bassin océanique en le considérant comme un bassin rectangulaire de longueur L_x correspondant à l'axe Est-Ouest et de largeur L_y correspondant à l'axe Sud-Nord, de plus nous utiliserons les dimensions des bassins de l'Atlantique Nord (de l'ordre de 10^6 m). Le vent permettant de reproduire la circulation océanique sera zonal (seulement fonction de la latitude y). Nous modéliserons ce vent par une sinusoide qui sera construite de telle façon que la largeur du bassin corresponde à sa période avec au milieu de la largeur du bassin le ventre de cette sinusoide, $\tau = \tau_0 \sin\left(\frac{2\pi y}{L_y}\right)$. Dans la suite du travail nous n'agirons que sur la valeur de τ_0. Ce type de vent engendre alors une circulation du courant dite à deux gyres, ce qui corespond à un cyclone (rotation du courant dans le sens direct) et un anticyclone (rotation dans le sens indirect). Cette simulation permet ainsi de reproduire la circulation océanique (cyclone au nord et un anticyclone au sud) ainsi que la configuration "inverse" (anticyclone au nord et un cyclone au sud). Alors, si dans notre modèle le forçage par le vent est $\tau_0 > 0$, nous obtenons une "configuration océanique" et au contraire pour un forçage tel que $\tau_0 < 0$, nous obtenons une "configuration inverse". Nous allons maintenant étudier la stabilité et la variabilité de ces deux configurations en fonction du signe et de l'intensité du forçage du vent (τ_0). Un tel vent, ayant un régime de forçage continue, fait pourtant apparaitre des fréquences d'oscillation propre au bassin, ces oscillations ne peuvent donc provenir que de terme non-linéaire. Il semble intéressant de caractériser ces oscillations. Nous allons pour cela aborder différentes analyses théoriques, une première prenant en compte une circulation stationnaire linéaire, une autre prenant en compte un écoulement en domaine libre et une dernière traitant un écoulement en domaine clos. Nous étudierons alors la stabilité et la variabilité des deux configurations en fonction du signe et de l'intensité du forçage du vent (τ_0).

2 Théorie

Les mouvements océaniques qui nous intéressent se caractérisent par un nombre de Rossby faible ($Ro = \frac{U}{fL} \ll 1$):

- nous pouvons estimer la vitesse (U en $m.s^{-1}$) par $\frac{\psi}{L_y}$, où la fonction courant est $\psi \approx 3 * 10^4\ m^2.s^{-1}$,
- f étant le paramètre de coriolis et est à mi bassin $f = 9.3 * 10^{-5}\ s^{-1}$,
- L sera pris comme la longueur du bassin,

nous obtenons ainsi un nombre de Rossby, $Ro = 1.1 * 10^{-4}$, ce qui correspond au cas quasi-géostrophique. L'autre approximation étant l' assimilation au cas barotrope, soit à un système limité à des vitesses horizontales de l'écoulement indépendantes de la profondeur dans le fluide, ce qui revient à un modèle où l'océan est vu comme une seule couche. Le fluide sera ici considéré comme n'ayant aucun mouvement en surface, ou vitesses verticales nulles en surface. Nous nous intéressons alors à l'équation de conservation de la vorticité (1) en présence d'une source (forçage du vent) et de dissipation:

$$\partial_t \nabla^2 \psi + J\left(\psi, \nabla^2 \psi\right) + \beta \partial_x \psi = \frac{\operatorname{curl} \tau}{h} - \varepsilon \nabla^2 \psi \tag{1}$$

- Dans cette relation ψ en $m^2.s^{-1}$est la fonction courant, nous pouvons ainsi reconnaitre la vorticité $\xi = \nabla^2 \psi$ en s^{-1}à la fois dans $\partial_t \nabla^2 \psi$ qui provient de la dérivée par rapport au temps de la vorticité $\partial_t \xi$, mais aussi dans $J\left(\psi, \nabla^2 \psi\right)$ et $-\varepsilon \nabla^2 \psi$.
- Ici J est un Jacobien tel que $J\left(X, Y\right) = \partial_x X \partial_y Y - \partial_y Y \partial_x X$ correspondant à un terme d'advection.
- $\beta \partial_x \psi$ est le terme d'advection de vorticité planétaire qui traduit l'existence de la rotation de la Terre, non négligeable dans les dimensions et les temps qui vont être étudiés (ce qui se traduit par le $Ro \ll 1$), β étant le gradient méridional du paramètre de Coriolis. Il est, dans notre modèle, égal à $2 * 10^{-11} m.s^{-1}$.
- Nous avons aussi le terme de forçage en $\frac{\operatorname{curl} \tau}{h}$, le vent apparait ici par son rotationnel.
- Nous reconnaissons aussi le terme de dissipation $-\varepsilon \nabla^2 \psi$, ε étant le paramètre de diffusion turbulente de la vorticité (ξ)qui vaut $10^{-7} s^{-1}$.

Il existe aussi des conditions aux limites qui prévoient que $\psi = 0$ sur les bords du bassin, les frontières étant considérées comme imperméables.

2.1 Circulation linéaire stationnaire forcée avec dissipation

Dans ce paragraphe, deux hypothèse prédominent: la stationnarité et la linéarité, entrainant des simplifications du problème que nous voulons résoudre. L'équation (1) se réduit alors à:

$$\beta \partial_x \psi = \frac{\operatorname{curl} \tau}{h} - \varepsilon \nabla^2 \psi \tag{2}$$

Nous nous intéressons ici à un bassin rectangulaire. Une première analyse peut se faire pour des échelles spatiales (dimension du bassin) grandes devant l'echelle dissipative ($\frac{\varepsilon}{\beta}$), ce qui correspond à la région centrale du bassin. Nous établissons de cette manière la relation suivante:

$$\beta \partial_x \psi = \frac{\mathrm{curl}\, \tau}{h} \tag{3}$$

qui nous permet d'aboutir directement à la solution de Sverdrup (Cushman-Roisin, 1994):

$$\psi = \frac{\mathrm{curl}\, \tau}{h\beta} x + C \tag{4}$$

où C est une constante qui peut être retrouvée par les conditions limites: nous obtenons ainsi $C = -\frac{\mathrm{curl}\, \tau}{h\beta} L_x$ pour satisfaire la condition aux limites au bord Est. Dans un deuxième temps une analyse plus fine, lors de la résolution de l'équation (2) nous amène à un modèle prenant en compte à la fois la solution de Sverdrup au centre du bassin, et à l'existence de conditions limites au bord Ouest. On arrive ainsi à la solution de Stommel (figure 1) pouvant être exprimée comme:

$$\psi = \frac{L_x \mathrm{curl}\, \tau}{h\beta} \left(e^{-\frac{\beta}{\varepsilon} x} - 1 \right) + \frac{\mathrm{curl}\, \tau}{h\beta} x \tag{5}$$

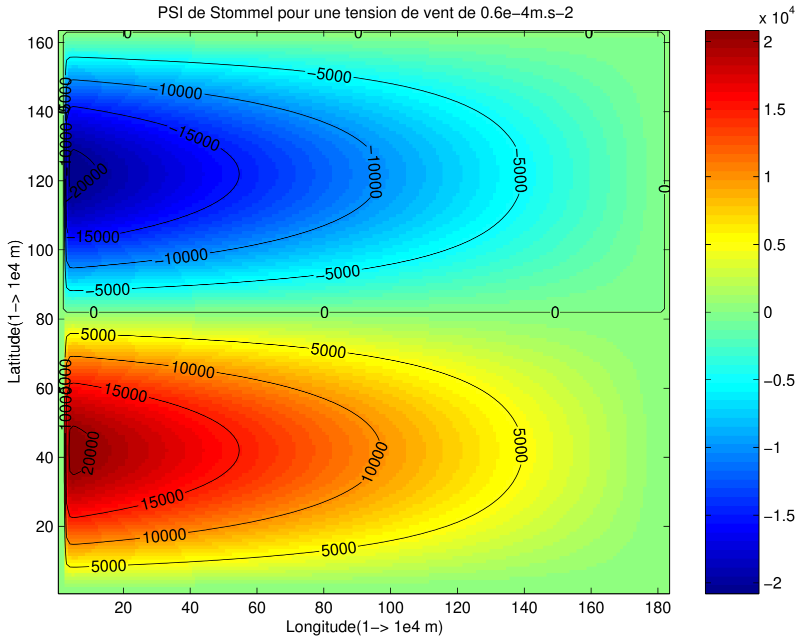

Figure 1: Représentation de la solution linéaire stationnaire, la solution de Stommel: nous observons une intensification de la fonction courant (ψ en $m^2.s^{-1}$) sur le bord Ouest.

Cette équation (5) fait apparaitre une solution linéaire en ψ par rapport à τ, et l'apparition d'une intensification de la fonction courant au bord Ouest. Ces résultats ne prenant en compte aucune variabilité du système, il paraît intéressant d'aborder maintenant le problème sous cette angle.

2.2 Théorie pour la variabilitée linéaire sans forçage

2.2.1 Bassin infini

Nous supposons maintenant que le domaine est infini afin de résoudre les équations sans conditions aux limites et d'obtenir des formulations d'ondes libres. De plus, dans cette approximation nous réduisons l'équation (1) à sa formulation linéaire, sans forçage ni dissipation. L'équation devient alors:

$$\partial_t \nabla^2 \psi + \beta \partial_x \psi = 0 \tag{6}$$

Pour résoudre cela, nous allons introduire une solution d'onde plane sinusoidale et monochomatique du type:

$$\psi = A e^{i(kx+ly-\omega t)} \tag{7}$$

où k,l sont les nombres d'onde et ω est la pulsation de l'onde. Nous obtenons ainsi la relation de dispersion:

$$\omega = -\frac{\beta k}{k^2 + l^2} \tag{8}$$

Cette dernière équation caractérise les ondes de Rossby (Cushman-Roisin, 1994). Nous pouvons aussi obtenir la vitesse de phase zonale par $c_\varphi = \frac{\omega}{k}$, nous trouvons alors:

$$c_\varphi = -\frac{\beta}{k^2 + l^2} \tag{9}$$

De plus, nous pouvons remarquer que la solution est dispersive: $\frac{\omega}{k} \neq cste$. Nous cherchons maintenant à relier la pulsation ω à une valeur mesurable facilement. Pour cela nous considérer par la période de ces ondes de Rossby. Nous savons que ω peut être relié à la vitesse de phase c_φ et que cette dernière peut être liée à la période recherchée:

$$c_\varphi = \frac{\omega}{k} \qquad et \qquad T = \frac{\lambda_x}{c_\varphi} \tag{10}$$

où λ_x et la longueur d'onde en longitude. En effet, ici nous recherchons la période des ondes de Rossby se propageant d'Est en Ouest. Or nous savons que les nombres d'ondes zonal (k) et méridien (l) sont donnés par:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_x} \qquad et \qquad l = \frac{2\pi}{\lambda_y} \tag{11}$$

On retrouve ainsi la période donnée en (12) grâce à (9), (10) et (11) comme:

$$T_{Ross} = \frac{\lambda_x((\frac{2\pi}{\lambda_x})^2 + (\frac{2\pi}{\lambda_y})^2)}{\beta} \tag{12}$$

Les fréquences calculées (ω) ont un spectre continu. Or compt-tenu des conditions aux limites, nous ne pouvons avoir toutes les longueurs d'ondes possibles, et d'après la relation (8) c'est k et l qui "sélectionnent"la fréquence donc indirectement λ_x et λ_y. Les fréquences (ω)devraient donc avoir un spectre discret. Le modèle des ondes de Rossby semblent être limité pour caractériser un écoulement en bassin clos. Nous allons ainsi étudier un modèle qui prendrait en compte les conditions aux limites.

2.2.2 Bassin clos

Ici nous allons essayer de déterminer la structure spatiale prédite par l'analyse de Pedlosky (1979). Nous nous replacerons dans les mêmes conditions afin de simplifier de nouveau l'équation (1) (linéaire, sans forçage ni dissipation), nous retrouvons alors la relation:

$$\partial_t \nabla^2 \psi + \beta \partial_x \psi = 0 \tag{13}$$

Dans un premier temps, on admet que ψ est une fonction spatiale modulée par une fonction oscillante dans le temps, on pose une solution du type:

$$\psi = Re\left(e^{-i\sigma t}\phi\left(x,y\right)\right) \tag{14}$$

L'équation devient alors:

$$\nabla^2\phi + \frac{i\beta}{\sigma}\partial_x\phi = 0 \tag{15}$$

Nous introduisons maintenant une forme particulière pour la solution de la relation (15). En effet, la résolution de ce type d'équation ne peut se faire simplement, de manière directe. La forme introduite et du type:

$$\phi = e^{\frac{-i\beta x}{2\sigma}}\varphi\left(x,y\right) \tag{16}$$

Nous nous retrouvons de cette façon avec une équation différentielle spatiale du second ordre sous la forme:

$$\nabla^2\varphi\left(x,y\right) + \lambda^2\varphi\left(x,y\right) = 0 \tag{17}$$

Avec $\lambda^2 = \frac{\beta^2}{4\sigma^2}$. Les parois du bassin rectangulaire sont considérées comme solides. φ est donc nulle sur les bords, autrement dit si φ n'est pas nulle partout elle comporte obligatoirement des noeuds au frontière du bassin. Il convient donc de prendre φ sous une forme sinusoidale. Nous écrirons ainsi φ comme:

$$\varphi_{m,n}\left(x,y\right) = \sin\left(\frac{m\pi x}{L_x}\right)\sin\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) \tag{18}$$

avec m et n entiers. Si nous remplaçons ce type de solution dans (17) on peut retrouver la forme de la pulsation σ dans ce dernier cas:

$$\sigma_{m,n} = -\frac{\beta}{2\pi\sqrt{\frac{m^2}{L_x^2}+\frac{n^2}{L_y^2}}} \tag{19}$$

Nous avons ici un spectre fréquentiel discret qui caractérise mieux un bassin clos que les solutions des ondes libres de Rossby. Ici nous avons préféré la solution négative pour $\sigma_{m,n}$ afin de se rapprocher au mieux de la solution de l'équation de dispersion pour les ondes de Rossby libres. Mais, nous pouvons remarquer que l'une ou l'autre des solutions importe peu, puisque comme le montre la solution globale de ψ, le terme $\sigma_{m,n}$ apparaît seulement dans une fonction cosinus ,donc une fonction paire. Nous pouvons ainsi écrire la solution finale des modes de bassin de Pedlosky sous la forme:

$$\psi\left(x,y,t\right) = \cos\left(\frac{\beta x}{2\sigma_{m,n}} + \sigma_{m,n}t\right)\sin\left(\frac{m\pi x}{L_x}\right)\sin\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) \tag{20}$$

Pour les visualiser nous pouvons regarder l'écart type de la fonction courant décrite par l'équation (20) pour différents modes (figure 2, 3 et 4).

Il ne faut pas perdre, non plus, de vue que l'équation donnée par les modes de Pedlosky ont aussi une partie variable dans le temps en fonction du mode. En effet la partie variable en fonction du temps est du type: $\cos\left([...] + \sigma_{m,n}t\right)$. Cette formule peut se transformer pour faire apparaître une période qui sera fonction du mode selectionné: $\cos\left([...] + \frac{2\pi t}{T_{m,n}}\right)$. Nous pouvons ainsi pour chaque mode, donner la période de l'onde sélectionnée.

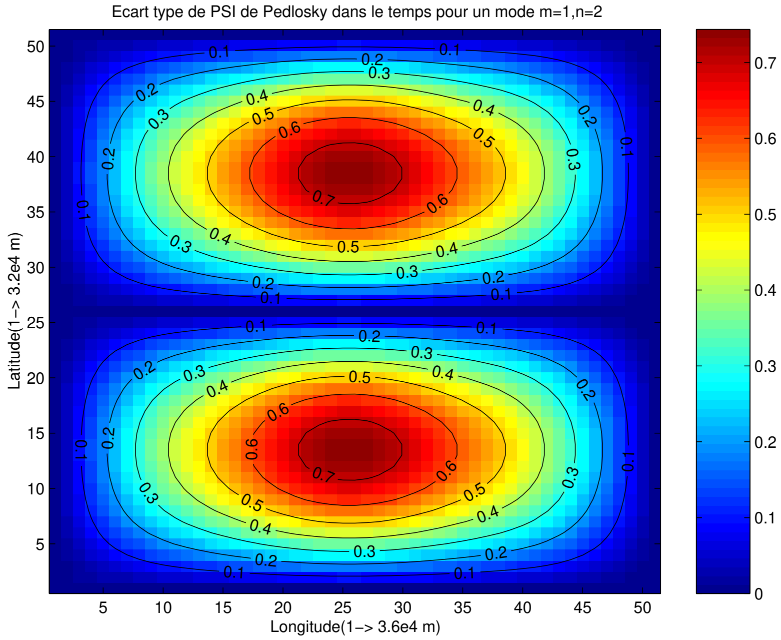

Figure 2: L´écart type caractérise l'endroit de plus grande variabilité dans le bassin pour une solution des modes de bassin de Pedlosky (m=1,n=2).

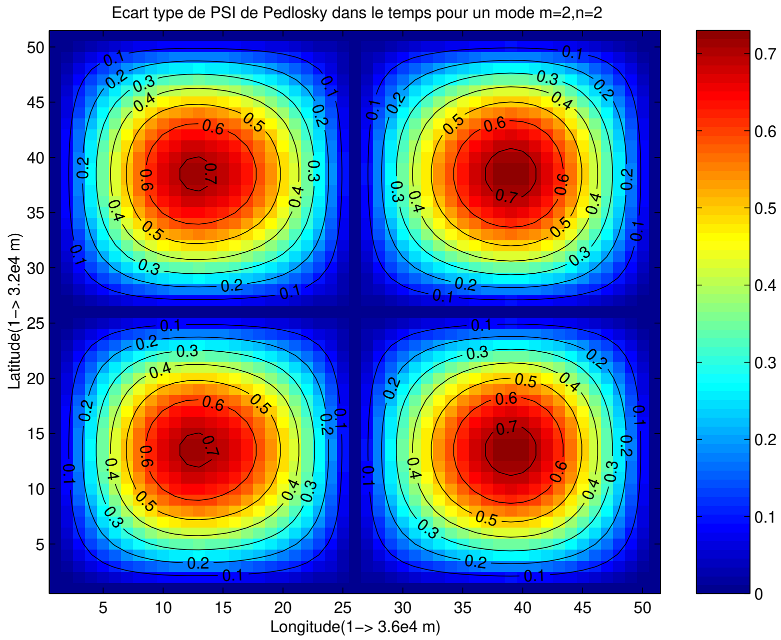

Figure 3: Même figure que la figure 2 pour un mode de bassin différent (m=2,n=2).

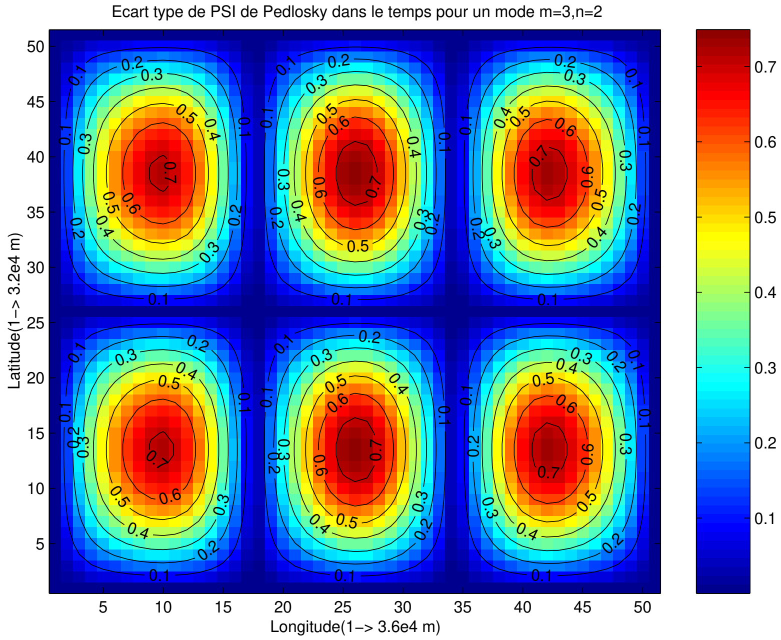

Figure 4: Même figure que la figure 2 pour un mode de bassin différent (m=3,n=2).

$$T_{m,n} = \frac{4\pi^2\sqrt{\frac{m^2}{L_x^2} + \frac{n^2}{L_y^2}}}{\beta} \tag{21}$$

Il apparait donc que les modes de bassin de Pedlosky caractérisent, à la fois la structure spatiale du système, et décrivent l'évolution temporelle de l'écoulement. Malgré cela, la théorie de Pedlosky ne prédit pas quel mode sera sélectionné pour un état d'équilibre donné (correspondant à une tension de vent τ). Nous avons tout de même maintenant deux théories, la solution stationnaire et celle des modes de bassin, pour caractériser la modèlisation numérique des deux gyres en bassin clos.

3 Simulation non-linéaire instationnaire forcée et dissipative

Dans cette partie nous allons regarder sur un modèle numérique (Holland, 1978; Chow et Holland, 1986) prenant en compte la globalité de l'équation (1), comment se traduisent les différentes hypothèses théoriques vue dans la première partie. Nous nous placerons dans le cas de deux gyres l'une à côté de l'autre, ayant des sens de rotation de leur fonction courant inverse l'une de l'autre. L'expérience se situera dans un bassin rectangulaire de dimension $L_x = 1800$ km et $L_y = 1600$km. Dans un premier temps nous allons qualitativement examiner les différences existantes entre une configuration classique (gyre cyclonique au Nord d'une gyre anticyclonique) ou inversée (gyre anticyclonique au Nord d'une gyre cyclonique).

3.1 Comparaison entre les deux configurations: signe de τ_0

Une première visualisation peut se faire grâce à la valeur moyenne temporelle de la fonction courant pour les deux types de configuration. La différence de comportement parait agir sur l'endroit de l'intensification de la fonction courant, comme nous pouvons le voir sur les deux figures (figure 5) et (figure 6), faites pour la même valeur de τ_0 mais de signe opposé.

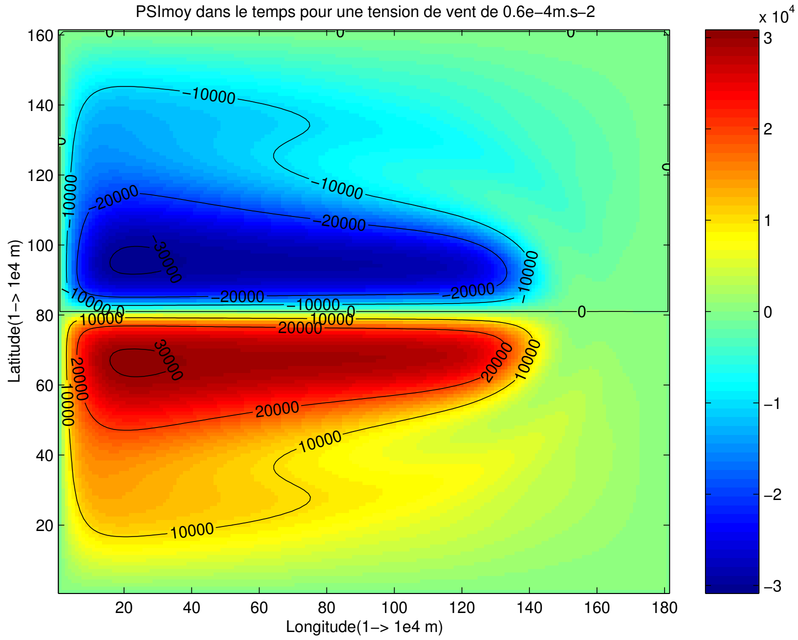

Figure 5: Représentation de la moyenne de la fonction courant ψ en $m^2.s^{-1}$ du modèle numérique prenant en compte la globalité des paramètres.Nous pouvons voir une intensification de ψ au centre du bassin qui n´était pas prévue par la solution de Stommel (figure 1).

Dans un deuxième temps, nous allons construire le graphique en énergie cinétique pour différentes tensions de vent (figure 7). Nous pourrons ainsi, discuter des répercutions d'une telle inversion de gyres, en fonction de τ_0.

Après visualisation du graphique, la solution $\tau_0 < 0$ apparait comme étant la plus stable. Nous allons nous intéresser aux phénomènes agissant entre une tension de vent de $0.6 * 10^{-4} m.s^{-2}$ et $1.2 * 10^{-4} m.s^{-2}$. Nous pouvons, sur cet intervalle, remarquer deux choses:

- Le cas $\tau_0 < 0$ apparait comme toujours beaucoup plus stable que la même valeur pour $\tau_0 > 0$.
- Un régime oscillatoire partagé par les deux signes de τ_0 est précédé, après plus ou moins longtemps, par un régime apériodique uniquement pour $\tau_0 > 0$, sur le temps de l'expérience réalisée.

Nous traçons alors pour différentes valeurs de $\tau_0 > 0$ le graphique en énergie cinétique (figure 8), qui permet de confirmer les soupçons apportés par le graphique de l'énergie cinétique de $\tau_0 = +1.2 * 10^{-4} m.s^{-2}$ (figure 7): un régime apériodique existe après au moins 2000 jours d'application de la tension de vent.

La conséquence du régime apériodique sur les gyres est visuellement le passage de l'une dans l'autre, ce qui a pour conséquence la déformation de la ligne "neutre" (figure 9). La déformation de la ligne "neutre" parait être beaucoup plus difficilement réalisable dans la configuration inverse (anticyclone au nord et cyclone au sud) du fait que l'intensification de la fonction courant se situe sur les bords du bassin,au plus loin de la ligne neutre qui les sépare

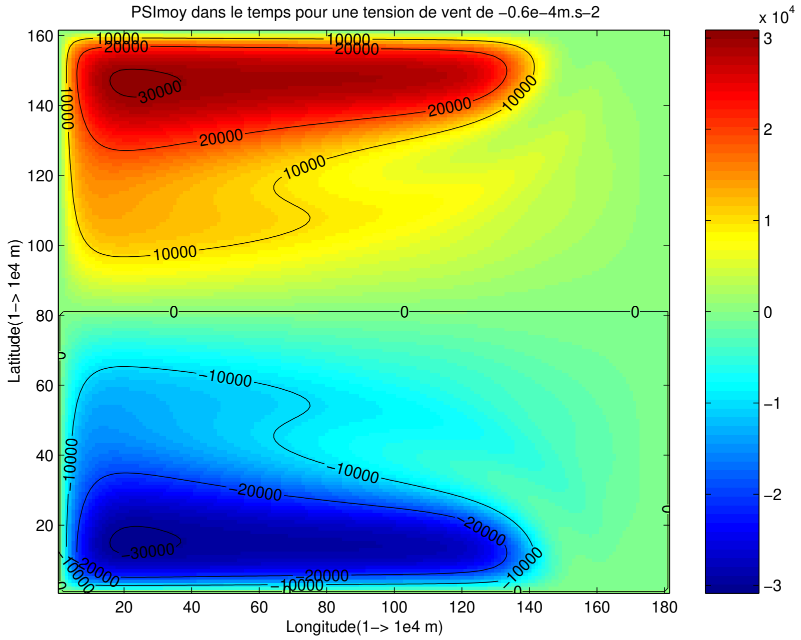

Figure 6: Même représentation que la (figure 5) mais pour la configuration inverse.

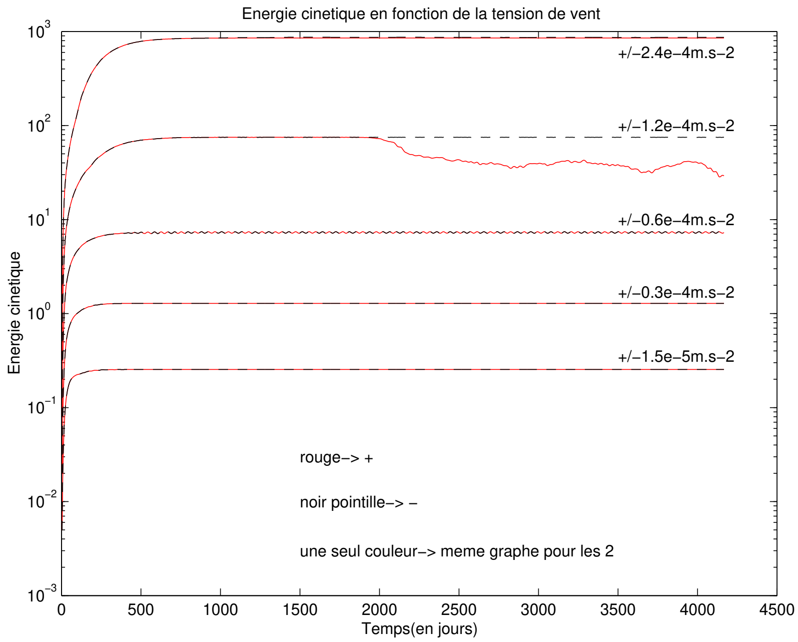

Figure 7: Différents graphiques de l'énergie en fonction du temps à des tension de vent différentes pour les deux configurations (les deux signes de τ_0) Un problème de stabilité se déclenche pour $\tau_0 = 1.2 * 10^{-4} m.s^{-2}$.

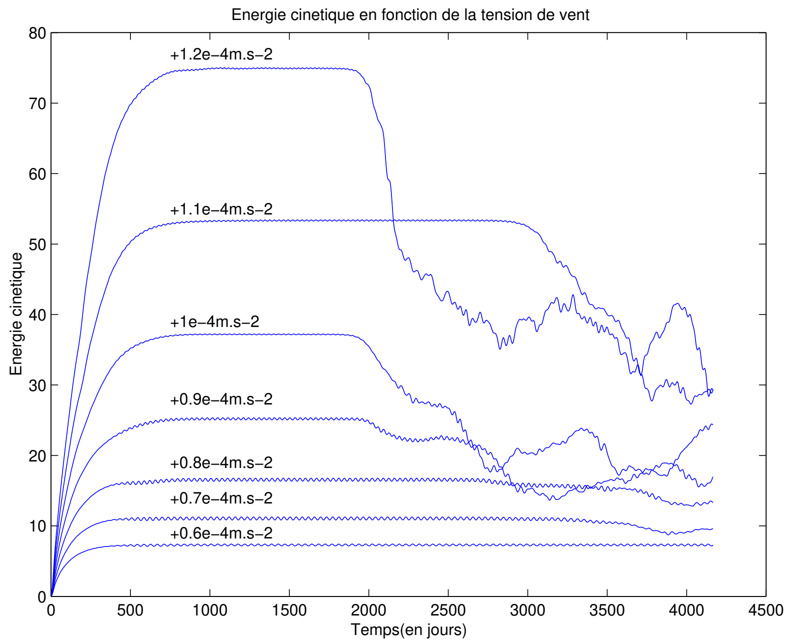

Figure 8: Différents graphiques permettant de voir l'installation d'un régime apériodique à au moins 2000 jours après le début du forçage par le vent.

(au centre du bassin) (figure 6). De plus, le fait que par définition du modèle le bords du bassin est infranchissable (zone de plus forte intensité de la fonction courant en valeur absolue pour $\tau_0 < 0$) pourrait peut être expliquer l'inexistence du régime apériodique pour $\tau_0 < 0$ sur la durée de l'expérience.

Nous pouvons nous rendre immédiatement compte que l'antisymétrie du système parait brisée. De plus, on peut imaginer la moyenne spatiale de la fonction courant comme une mesure de l'antisymétrie du système: en effet, bien qu'une moyenne spatiale peut être nulle alors que le système n'est pas asymétrique, il ne peut pas y avoir antisymétrie si la moyenne spatiale est différente de zéro:

- Moyenne spatiale de Psi est nulle, alors il y a parfaite compensation entre les deux gyres.
- plus Psi moyennée spatialement croît en valeur absolue, plus il y a déséquilibre entre les deux gyres, nous entrons dans le régime "chaotique",apériodique.

Etant donné ce dernier cas l'interprétation de la figure 10 est qu'un régime symétrique tend à prendre le pas sur le régime antisymétrique du début (figure 5). La figure 10 montre la croissance exponentielle de l'état symétrique non-linéaire.

Nous allons maintennt nous intéresser au régime symétrique et antisymétrique de façon séparée: Nous pourrons ainsi visualiser les moyennes des deux fonctions de courants découplées en symétrie pour une même tension de vent. La construction de ces deux fonctions se fait par:

- Nous construisons d'abord la fonction symétrique ψ_- de la fonction courant (que nous écrirons pour ce petit calcul ψ_+) par rapport au milieu de la largeur du bassin (ligne neutre du début).
- – Pour constuire la fonction courant symétrique (ψ_{sym}) nous faisons:

$$\psi_{sym} = \frac{\psi_+ + \psi_-}{2} \tag{22}$$

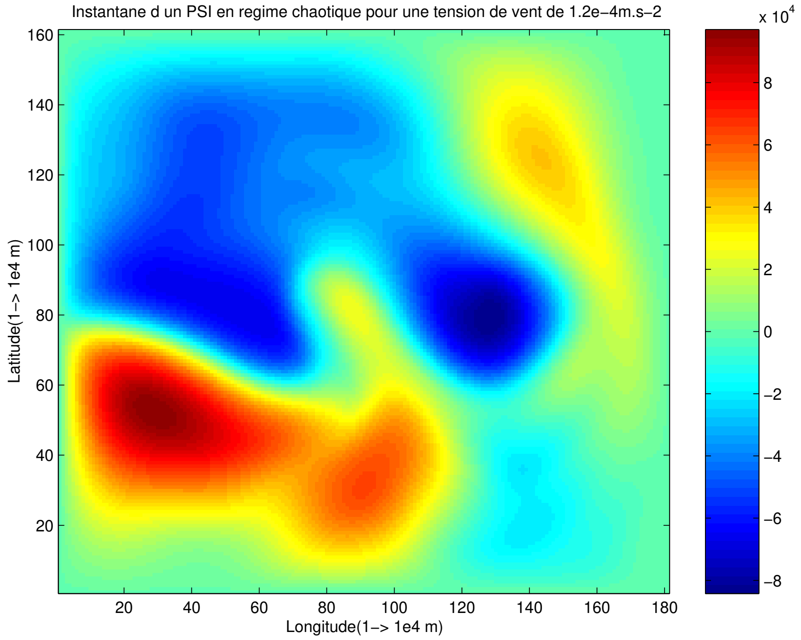

Figure 9: Instantané des modulations dans le bassin, lors du régime apériodique. Nous pouvons voir le franchissement de la ligne neutre et même sa quasi disparition.

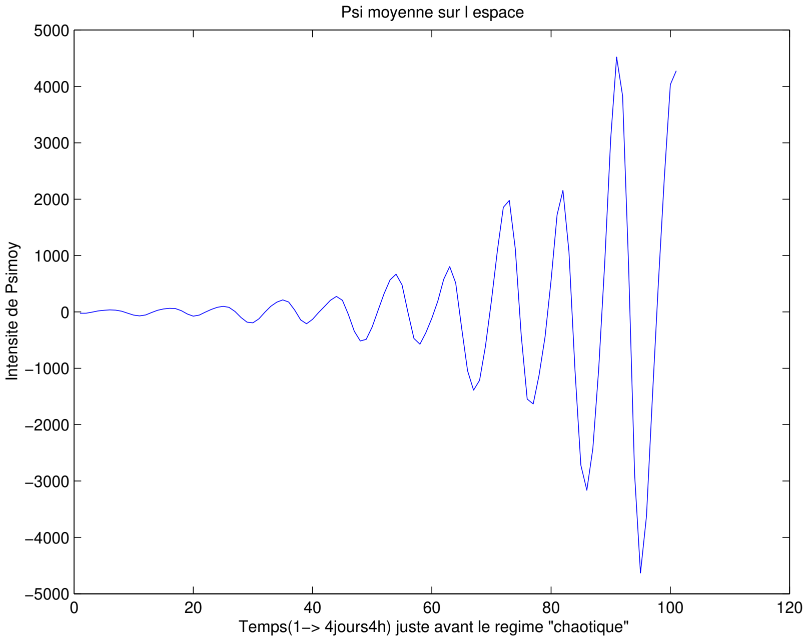

Figure 10: Relevé des valeurs de la moyenne de la fonction courant en $m^2.s^{-1}$ sur l'espace entre le 1800^{eme} et le 2216^{eme} jours.

– Pour constuire la fonction courant antisymétrique ($\psi_{antisym}$) nous faisons:

$$\psi_{asym} = \frac{\psi_+ - \psi_-}{2} \tag{23}$$

Nous pouvons ainsi vérifier l'existence des deux régimes qui coexistent dans le bassin lors du régime apériodique (figure 11) et (figure 12). Le régime asymétrique ne pouvant provenir que des non-linéarités des équations (le Jacobien) puisque le forçage par le vent est parfaitement antisymétrique par rapport au centre dans largeur du bassin. le régime apériodique proviend donc de la présence de termes non-linéaires (le jacobien) dans l'équation (1) de conservation de la vorticité.

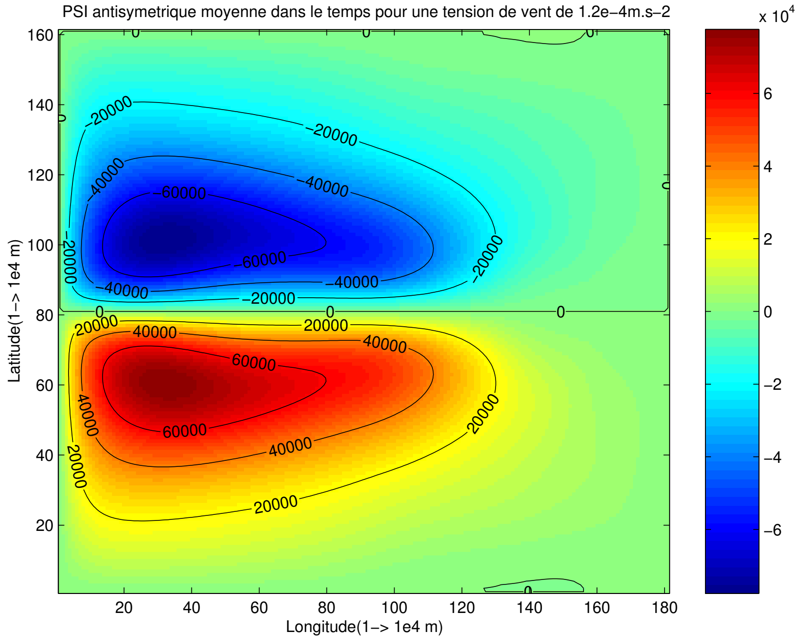

Figure 11: Partie antisymétrique de la fonction courant (en $m^2.s^{-1}$) pendant le régime apériodique, nous pouvons voir qu'elle ne peut pas expliquer à elle seule les oscillations de la fonction courant générale.

Nous allons dans chacun des cas suivant essayer de caractériser au mieux les régimes (symétrique et antisymétrique) par les théories mise en place dans la première partie du rapport.

3.2 Comparaison entre les deux régimes

3.2.1 Régime linéaire et antisymétrique

Nous allons ici nous concentrer sur la partie antisymétrique, qui comme nous l'avons vu précédemment n'est pas la seule. Dans une première hypothèse nous allons rapprocher notre circulation numérique de l'approximation linéaire stationnaire, la solution de Stommel. La circulation moyenne dans le temps de la fonction courant superposée à la circulation prédite par l'équation (5) en (figure 1) et en (figure 13). Il apparait qu'une simple solution stationnaire ne correspond pas aux résultats de la simulation. La solution générale présente une intensification à l'Ouest sur la limite des deux gyres, pouvant être expliquée en partie

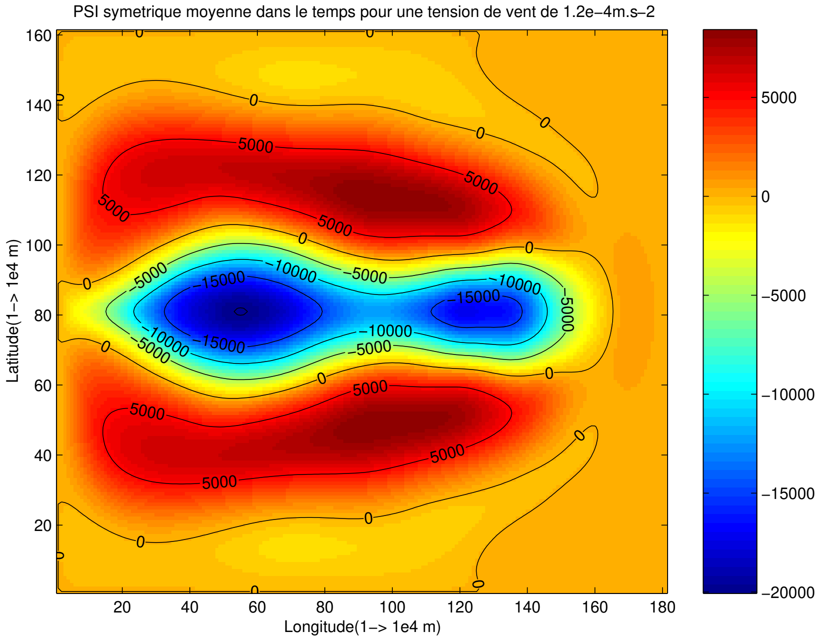

Figure 12: Partie symétrique de la fonction courant (en $m^2.s^{-1}$) pendant le régime apériodique, nous pouvons voir l'existence de celle-ci, bien que la tension de vent soit parfaitement antisymétrique par rapport au centre, dans la largeur du bassin.

par la solution linéaire stationnaire, qui prévoit bien l'intensification aux bords Ouest, mais pas le décalage de cette intensification vers le centre du bassin. En effet, le choix du coin d'intensification parait être dû à un effet cinétique, décalant les gyres dans leur sens de rotation, comme tend à le monter la visualisation pour les deux gyres en configuration inverse (figure 14), l'intensification est bien déportée dans le sens de l'écoulement.

De plus, la solution de Stommel a pour valeur maximum de la fonction courant un nombre linéairement proportionnel à la tension de vent imposée (§1.1), alors que la solution numérique ne varie pas d'une telle façon (figure 15).

Il apparait qu'une analyse prenant en compte les variations temporelles saurait mieux décrire le système. Pour effectuer cette nouvelle analyse, nous allons nous baser sur la théorie des ondes de Rossby. Nous allons pour cela comparer leur période et ainsi voir le rapprochement qui existe entre ce modèle et notre circulation. De ce fait nous allons effectuer le calcul de la période des ondes de Rossby libres par la relation (14). Les longueurs d'ondes peuvent être mesurées graphiquement. La longueur d'onde en latitude λ_y est une constante du modèle. Le système étudié comporte deux gyres inverses le long d'une longitude, soit une période spatiale. Nous pouvons donc assimiler λ_y à la largeur du bassin L_y. Une analyse plus fine est nécessaire pour extraire la longueur d'onde longitudinale. Nous introduisons pour cela l´écart type du modèle numérique, l´écart type s'interprète comme la dispersion moyenne autour de la moyenne et se calcule par $\sqrt{< \psi - < \psi >_t^2 >_t}$. Cela correspond à la visualisation des endroits dans le bassin où il y a le plus de variation, soit les ventres des ondes.

Nous pouvons ainsi extraire pour différentes tensions de vent les longueurs d'onde. Pour cela il suffit de mesurer sur les trois figures (figure 16, 17 et 18) la distance entre les deux endroit de fort variation.

- $\tau_0 = 0.6 * 10^{-4} m.s^{-2}$ auquel correspond un $\lambda_x = 0.6 * 10^6 m$;
- $\tau_0 = 0.8 * 10^{-4} m.s^{-2}$ auquel correspond un $\lambda_x = 0.85 * 10^6 m$;

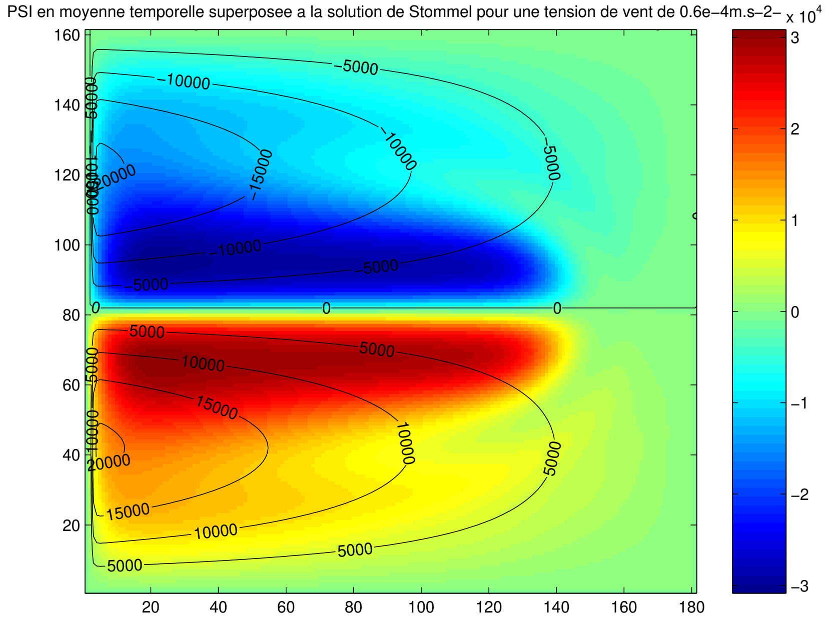

Figure 13: Superposition de la solution de Stommel et de la solution du modèle, dans la configuration dite océanique: cylone au Nord et anticyclone au Sud.

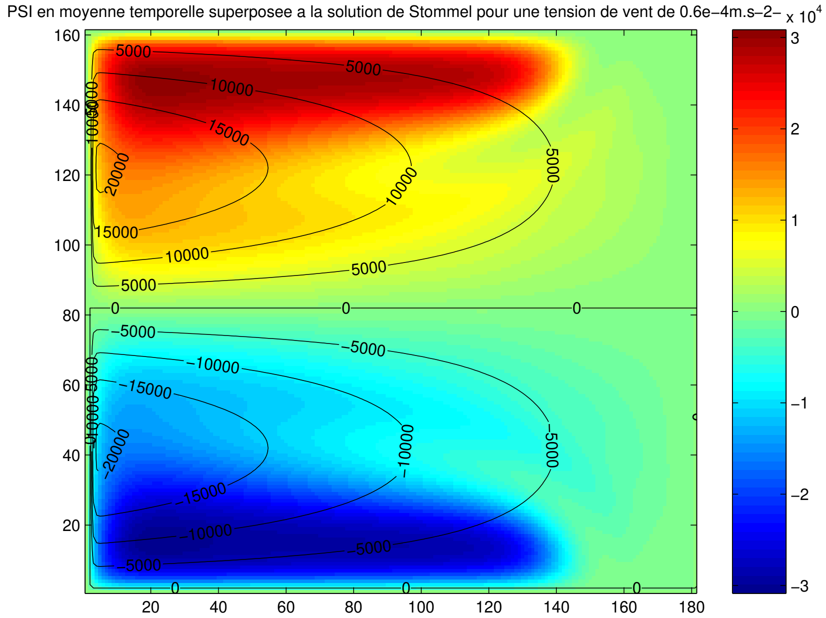

Figure 14: Superposition de la solution de Stommel et de la solution du modèle, dans la configuration dite inverse: cylone au Sud et anticyclone au Nord.

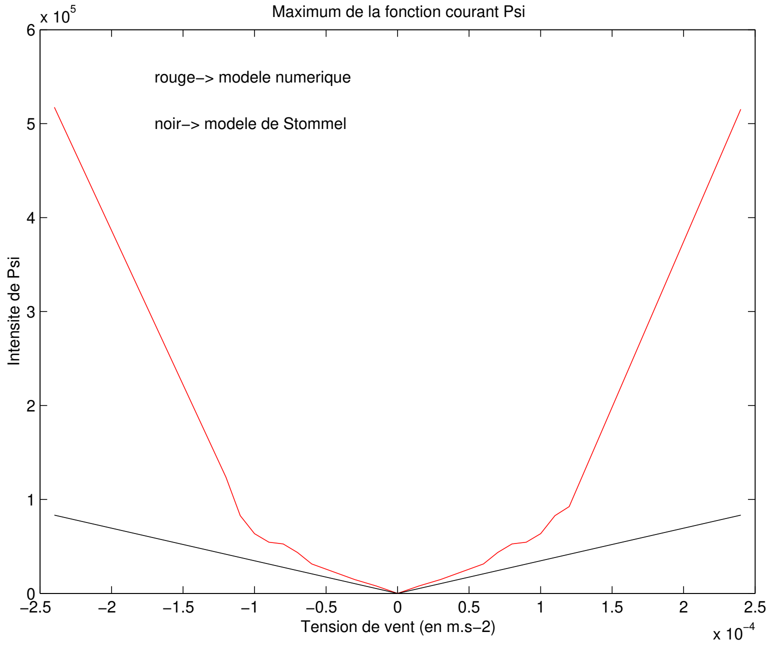

Figure 15: Graphique comparant le maximum des fonctions courants (ψ) entre la solution de Stommel et la solution du modèle numérique.

- $\tau_0 = 1.0 * 10^{-4} m.s^{-2}$ auquel correspond un $\lambda_x = 1.75 * 10^6 m$;

Nous remplaçons ainsi les valeurs de λ_x dans la relation (14) après leur obtention graphique. Nous pouvons ainsi comparer les périodes des ondes de Rossby avec les périodes de l'énergie cinétique (tableau 1).

τ_0 en $m.s^{-2}$	T_{Ross}	T_{E_c}
$0.6 * 10^{-4}$	43.4	41.9
$0.8 * 10^{-4}$	34.5	35.1
$1.0 * 10^{-4}$	28.7	30.8

Table 1: Ici les périodes sont données en jours.

Il est important de remarquer que la période des oscillations de l'intensité de la fonction courant est égale à T_{E_c}. A partir de là nous pouvons admettre que les ondes de Rossby répondent de manière relativement bonne à l'aspect dynamique du modèle. Un autre aspect qui n'a pas du tout été traduit dans l'analyse précédente, est la structure spatiale des oscillations observées. Afin de rendre compte de la structure spatiale du modèle que nous avons pu observer, nous allons les comparer avec les modes de bassin de Pedlosky, maintenant que les équations ont été bien posées (§ 1.2.2). Dans un premier temps nous pouvons aisément remarquer qu'il existe nécessairement un mode en latitude $n = 2$ pour permettre à deux gyres de se créer. En effet un mode 2 correspond à deux ventres (les deux gyres) et un point fixe au centre (la ligne neutre au centre des deux gyres).Un moyen de visualiser les modifications spatiales des gyres, sans s'occuper des modifications temporelles, est de tracer dans l'espace du bassin l'écart type de la fonction courant (figure 16, 17 et 18), nous voyons que chaque forçage par des vents différents donnent l'impression d'exciter un mode plutôt qu'un autre.

Nous visualisons mieux, les modes mis en jeu:

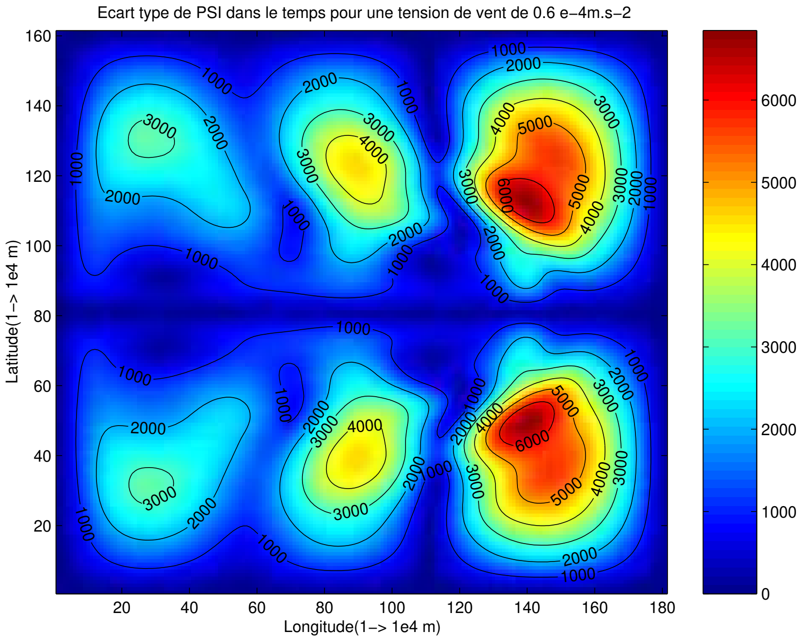

Figure 16: cette visualisation faite pour un vent donné permet de voir les ventres et les noeuds dans le bassin, ici on peut à la fois voir un mode $n = 2, m = 3$,mais nous pouvons aussi mesurer la longueur d'onde correspondant au forçage: $\lambda_x = 0.6 * 10^6 m$ (l'échelle est purement qualitative, c'est un écart type).

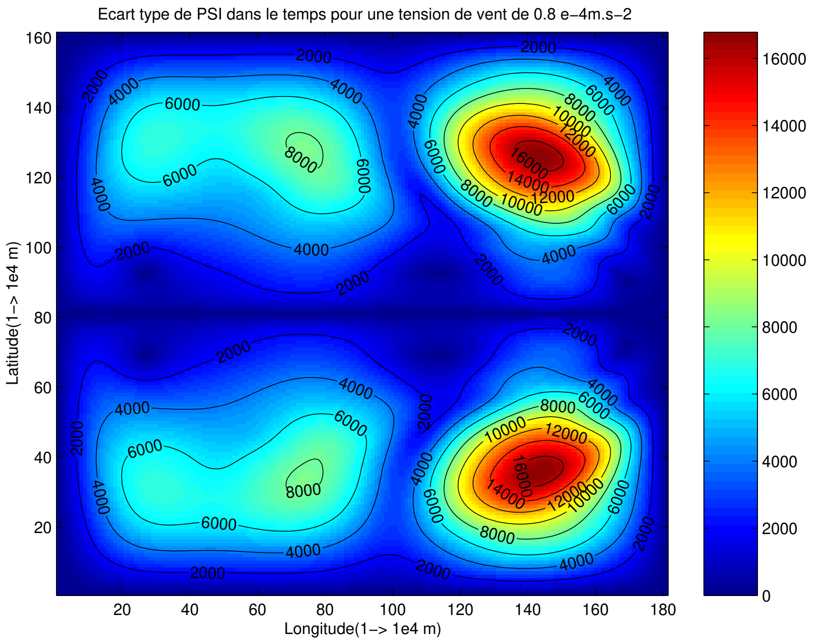

Figure 17: cette visualisation faite pour un vent donné permet de voir les ventres et les noeuds dans le bassin, ici on peut à la fois voir un mode $n = 2, m = 2$,mais nous pouvons aussi mesurer la longueur d'onde correspondant au forçage: $\lambda_x = 0.85 * 10^6 m$ (l'échelle est purement qualitative, c'est un écart type).

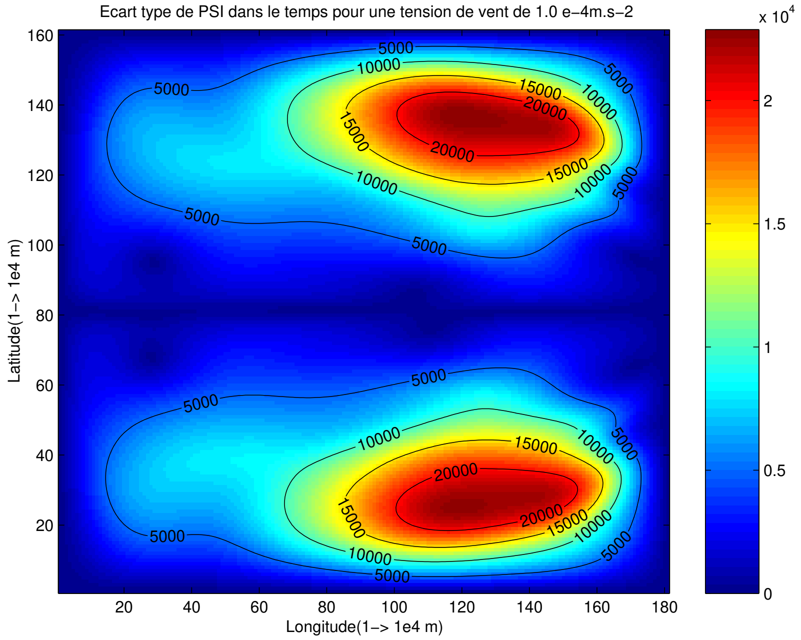

Figure 18: cette visualisation faite pour un vent donné permet de voir les ventres et les noeuds dans le bassin, ici on peut à la fois voir un mode $n = 2, m = 1$,mais nous pouvons aussi mesurer la longueur d'onde correspondant au forçage: $\lambda_x = 1.75 * 10^6 m$ (l'échelle est purement qualitative, c'est un écart type).

- $\tau_0 = 0.6 * 10^{-4} m.s^{-2}$ il apparait un mode $n = 2, m = 3$;
- $\tau_0 = 0.8 * 10^{-4} m.s^{-2}$ il apparait un mode $n = 2, m = 2$;
- $\tau_0 = 1.0 * 10^{-4} m.s^{-2}$ il apparait un mode $n = 2, m = 1$;

Dans le tableau 2 nous mettons en rapport les périodes des ondes mesurées, ainsi que celles décritent par le modèle des ondes de Rossby libres, équation (12), et enfin celles en relation avec le mode de Pedlosky selectionné, équation (21):

τ_0 en $m.s^{-2}$	T_{Ross}	T_{E_c}	$T_{m,n}$
$0.6 * 10^{-4}$	43.3	41.9	47.5
$0.8 * 10^{-4}$	34.5	35.1	38.2
$1.0 * 10^{-4}$	28.7	30.8	31.2

Table 2: Ici les périodes sont données en jours.

Il apparait donc que les modes de bassin de Pedlosky caractérisent assez bien, à la fois la structure spatiale du système, et aussi les variations temporelles de l'écoulement.

Il s'agit maintenant de comprendre pourquoi le régime antisymétrique est rompu et quels sont les modes ou les fréquences ou encore quel type d'instabilité symétrique (par rapport au centre du bassin dans la largeur) sont mises en jeu.

3.2.2 Régime non-linéaire et asymétrique

Nous pouvons imaginer deux raisons pour expliquer le mode symétrique. Une solution serait qu'un mode de Pedlosky symétrique se développe dans le bassin (Ben Jelloul et Huck, 2002), l'autre serait l'apparition d'une instabilité barotrope.

La première solution nécessite que le mode longitudinal soit impair. En effet, seul un mode avec un n impair pourrait désorganiser le comportement des gyres d'un état antisymétrique vers un état de couplage symétrie/antisymétrie. Un mode longitudinal impair ne peut avoir de noeud au milieu du bassin, la ligne neutre de la configuration de départ, ce qui a pour effet de déformer cette dernière.

La deuxième solution serait l'existence d'instabilité barotrope. Le critère nécessaire de cette instabilité est relatif à la vorticité potentielle ($VP = \frac{f+\xi}{h}$) où:

- f est le paramètre de coriolis, dépendant de la latitude, $f = 9.3 * 10^{-5}\, s^{-1}$ à mi-bassin.
- ξ est la vorticité définit comme $\xi = \nabla^2\psi$ en s^{-1}.
- h est la profondeur du bassin, pour notre modèle c'est une constante, h=1000 m.

Nous devons avoir un changement de sens de variation de VP. Pour plus de facilité, nous étudierons la dérivée par rapport à la latitude (y dans le bassin),il faut alors que ce nouveau critère ne change pas de signe. Nous avons $VP = \frac{f+\xi}{h}$ alors la dérivation donne: $\partial_y VP = \beta + \partial_y \xi$. Nous pouvons maintenant visualiser sur une carte $\partial_y VP$ et reconnaitre les points où le signe de cette fonction change.

Nous allons regarder à différents instants de l'évolution de la circulation, comment se comporte le critère $\partial_y VP$ grâce à des cartes. Ces cartes, représentant le bassin, seront effectuées pour une seule intensité de vent. Cette intensité sera choisie pour qu'après un certain temps nous ayons la brisure d'asymétrie. Nous représenterons la carte pour une tension de vent de $\tau_0 = 1.0 * 10^4 m.s^{-2}$ (figures 19, 20, 21 et 22). Nous savons en effet que pour cette tension de vent le régime apériodique prend le dessus (figure 9) au bout d'environ 2000 jours de forçage.

Ces différentes cartes montrent l'existence d'un changement de signe du gradient zonal de la vorticité potentielle (VP), nous avons donc une instabilité barotrope. Ici nous sommes en présence d'un jet, un courant de forte intensité, permettant de ramener la circulation, du domaine de forte intensification des gyres (là où la fonction courant ψ est de plus forte intensité en valeur absolue), jusqu'aux endroits où les gyres sont beaucoup moins marqués (endroit de faible intensité de la fonction courant (ψ) en valeur absolue). Ce jet circulant d'Ouest en Est perturbe la stabilité du système et fait rentrer la circulation dans un régime apériodique. Nous pouvons de plus remarquer que le jet ne s'occupant que de la redistribution de la fonction courant en valeur absolue, est parfaitement symétrique tant que les gyres sont parfaitement asymétriques, nous pouvons alors dire que:

- La valeur moyenne dans le temps du jet correspond au ψ_{sym} en (§ 2.1) et donc à la figure 12.
- Le jet après avoir perturbé le système se retrouve lui même perturbé, puisque la redistribution de ψ ne se situe plus sur un simple trajet d'Ouest en Est, comme le montre la figure 9.

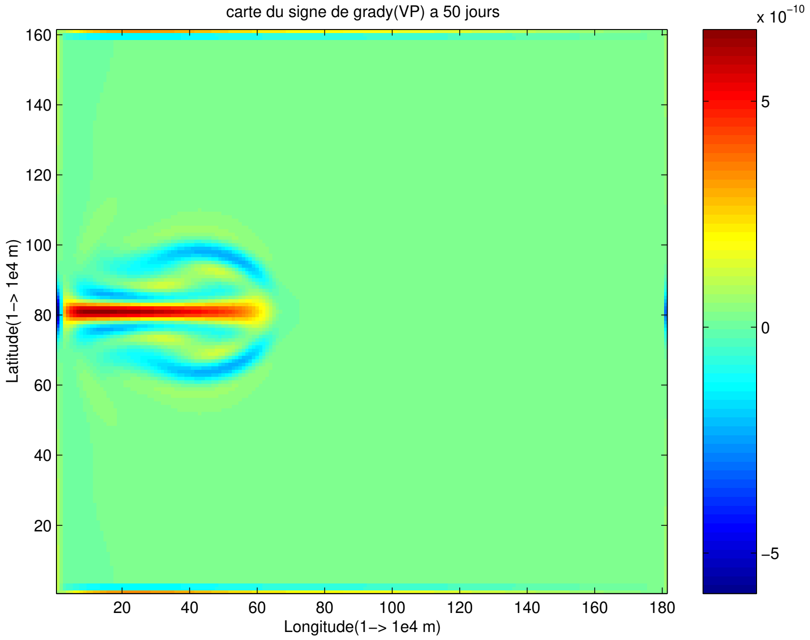

Figure 19: Le critère d'instabilité barotrope correspond à un changement de signe de $\partial_y VP$ à l'intérieur du bassin. Ici nous voyons donc la présence de l'instabilité barotrope très tôt (lors de la phase de croissance de l'énergie cinétique), bien que le système n'apparait pas encore comme perturbé. Ici les échelles sont qualitatives puisque l'on ne s'intéresse qu'aux changements de signe.

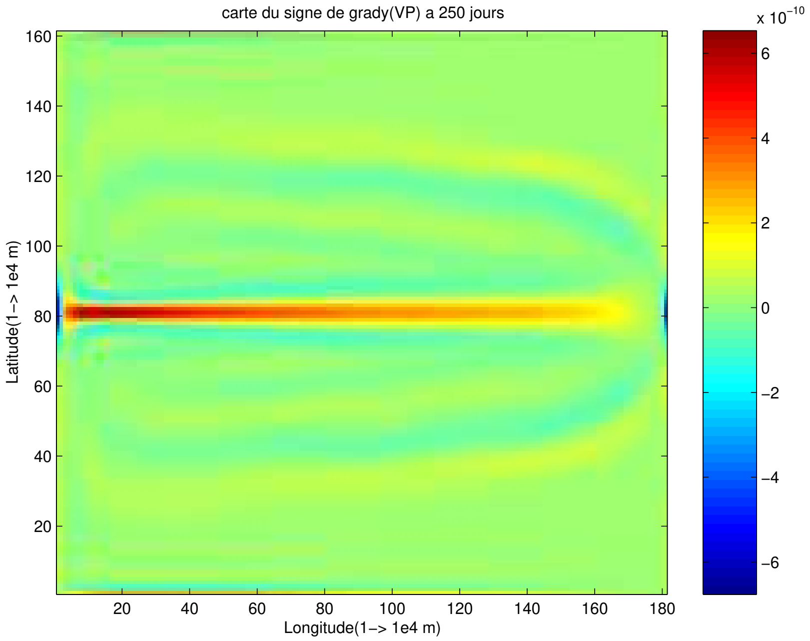

Figure 20: Le critère d'instabilité barotrope correspond à un changement de signe de $\partial_y VP$ à l'intérieur du bassin. Ici nous voyons donc la présence de l'instabilité barotrope pendant le régime oscillatoire périodique, bien que le système n'apparait pas encore comme perturbé. Ici les échelles sont qualitatives puisque l'on ne s'intéresse qu'aux changements de signe.

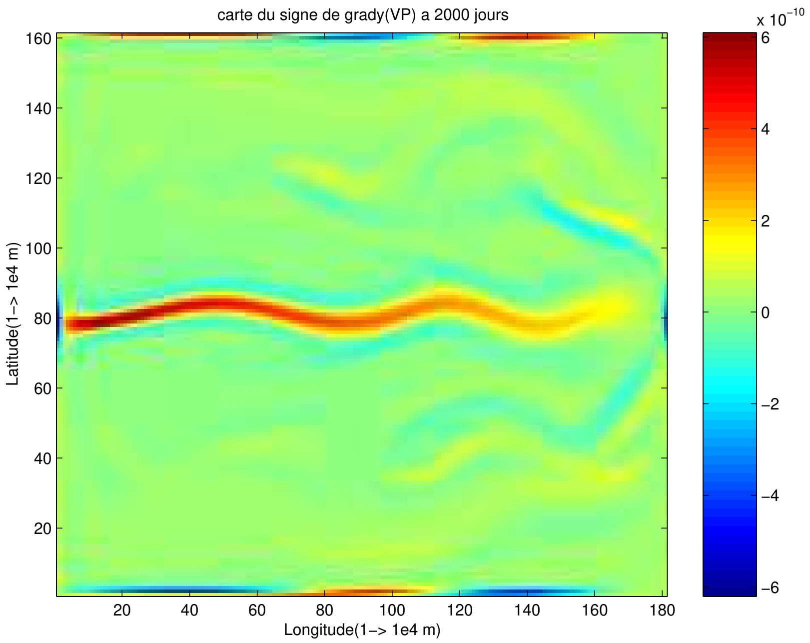

Figure 21: Le critère d'instabilité barotrope correspond à un changement de signe de $\partial_y VP$ à l'intérieur du bassin. Ici nous voyons donc la présence de l'instabilité barotrope qui parait perturbée du fait que les gyres ne sont plus asymétrique. Nous nous situons juste au départ du régime apériodique. Ici les échelles sont qualitatives puisque l'on ne s'intéresse qu'aux changements de signe.

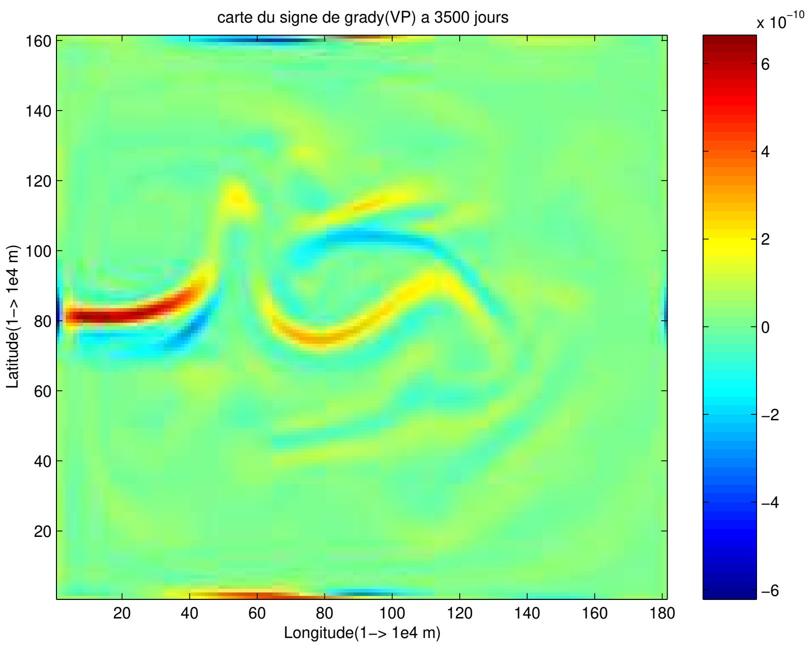

Figure 22: Le critère d'instabilité barotrope correspond à un changement de signe de $\partial_y VP$ à l'intérieur du bassin. Ici nous voyons donc la présence de l'instabilité barotrope qui parait perturbée du fait que les gyres ne sont plus du tout asymétrique. Nous nous situons pendant que le régime apériodique est nettement instauré. Nous pouvons remarquer les fortes perturbations dûes au fait que le système est dans le régime apériodique et qu'il n'y a plus de symétrie. Ici les échelles sont qualitatives puisque l'on ne s'intéresse qu'aux changements de signe.

4 Conclusion

L´évolution d'un système approximant les bassins océanique de l'Atlantique Nord a été étudié par la modélisation de l'écoulement en un système de deux gyres. Etant donné le forçage par le vent, deux configurations sont possibles la classique, un cyclone au Nord d'un anticyclone, pour une tension de vent positive, et l'inverse, un anticyclone au Nord d'un cyclone, pour une tension de vent négative. Dans les deux cas, une intensification se produit sur le bord Ouest et la gyre cyclonique se déporte vers le Sud alors que l'anticyclonique se déporte vers le Nord. Nous avons aussi observé un régime apériodique dans le cas classique, lorsque la convergence des deux gyres l'une vers l'autre les fait s'intensifier l'une contre l'autre. Le régime apériodique, qui était aussi asymétrique, a pu être découplé en une composante symétrique et une composante antisymétrique. La composante symétrique qui engendrait le régime apériodique, a été reconnu comme un jet de recirculation. La partie antisymétrique a, quand à elle, été caractérisée par des ondes de Rossby, et des modes de Pedlosky. Cependant, bien que les modes présents dans le bassin ont été validés par la théorie des modes de bassin, il n'y a aucune explication sur la sélection de tel ou tel modes. Il serait intéressant de construire une théorie pouvant expliquer, si ce n'est prévoir, les modes qui seraient mis en jeu pour une circulation précise.

References

Ben Jelloul, M. et T. Huck, 2002: Basin modes interactions and selection by the mean flow in a reduced gravity quasi-geostrophic model. *J. Phys. Oceanogr.*, à soumettre.

Chow, J. H. S. et W. R. Holland, 1986: *Description of a quasi-geostrophic model multi-layer box ocean model.* NCAR, Boulder, Colorado.

Cushman-Roisin, B., 1994: *Introduction to Geophysical Fluid Dynamics.* Prentice Hall.

Holland, W. R., 1978: The role of mesoscale eddies in the general circulation of the ocean-numerical experiments using a wind-driven quasi-geostrophic model. *J. Phys. Oceanogr.*, **8**, 363–392.

Pedlosky, J., 1979: *Geophysical Fluid Dynamics.* Springer-Verlag.