



## MÉMOIRE DE STAGE

Mathieu LE CORRE

Master Physique des Matériaux, Mécanique, Modélisation Numérique  
(P3M)  
2015-2016

# VARIABILITÉ BASSE FRÉQUENCE DANS UNE HIÉRARCHIE DE MODÈLES OCÉANIQUES SHALLOW-WATER

TUTEUR : THIERRY HUCK

LABORATOIRE D'OCÉANOGRAPHIE PHYSIQUE ET SPATIALE

## Remerciements

Ce stage a été possible grâce à la formation donnée par le master de Physique des Matériaux, Mécanique et Modélisation dispensé par les Mines ParisTech, Université Nice Sophia Antipolis et SeaTech. Je tiens tout particulièrement à remercier Thierry Huck pour son accueil et son aide précieuse pour la réalisation de ce stage. Merci à Patrice Bellec pour le soutien informatique sur le code MICOM pendant toute la durée de ce stage.

## Résumé

A basse résolution verticale, dans un modèle Shallow water forcé par un vent constant, la majeure partie de la variabilité basse fréquence est gérée par des ondes de Rossby non linéaires présentes dans le bord Nord. Le modèle shallow-water (profondeur finie) utilisé est "eddy permitting" et a une résolution au tiers de degré dans un bassin idéalisé. On investigate le comportement de la variabilité basse fréquence par l'augmentation de la discrétisation verticale. L'augmentation du nombre de couches permet de mieux résoudre les instabilités et de mieux représenter la circulation globale dans le bassin. Les caractéristiques des anomalies sont étudiées par une analyse fréquentielle du signal ce qui permet de dégager les principales composantes de la variabilité en déterminant les périodes caractéristiques du signal. L'analyse du signal est complétée par une étude énergétique pour expliciter la différence d'activité méso-échelle entre les simulations.

## Abstract

At low vertical resolution in a wind forced shallow water model, the major variability is driven by non linear Rossby waves located in the North. The shallow water model used is eddy permitting with a resolution of one-third of a degree. Here we investigate the low frequency variability with a growing number of layers. A sharper discretisation allow a better representation of the instabilities and of the whole circulation in the pond. The characterisation of the instabilities are studied by spectral analysis which allow to extract the major components of the signal. This signal analysis is linked with an energetic study for explaining the difference of the mesoscale activity between the simulations

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Présentation du modèle</b>	<b>3</b>
2.1	Modèle MICOM . . . . .	3
2.2	Paramètres utilisés . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Les expériences</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Résultats</b>	<b>7</b>
4.1	Etude de l'évolution de l'énergie au cours du temps . . . . .	7
4.2	Etude des anomalies de SSH . . . . .	8
4.3	Analyse par EOF . . . . .	12
4.4	Répartition d'énergie . . . . .	18
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>21</b>

# 1 Introduction

La circulation océanique dans l'Atlantique Nord est avant tout dominée par le Gulf Stream. Celui-ci est l'une des structures les plus observées et étudiées dans l'océan mondial. Pourtant, malgré ces observations et études, de nombreux mécanismes, tel que les méandres ou les réponses aux variabilités de vent, gérant son comportement sont mal compris. Dans Sirven & al [16] il a été montré que les variabilités saisonnières du courant sont relativement faibles par rapport aux variations inter-annuelles voire décennales. Ces variations sont associées au développement d'onde de Rossby non linéaire proche des lignes de remontée d'eau (généralement au Nord). Le développement de ces variabilités basses fréquences dans des modèles océaniques idéalisés (quasi-géostrophique ou shallow-water) forcés par le vent a été largement étudié pour un faible nombre de couche (comme dans le stage de F. Aguesse [1]). Or ce paramètre limite la structure verticale des perturbations et de ce fait les interactions d'échelles, au risque de perdre une grande partie des caractéristiques de la turbulence océanique. On utilise pour ce stage le modèle MICOM dans une série de configurations avec un nombre croissant de couches verticales. Cette étude se fera par l'analyse de la circulation grande échelle forcée par un profil de vent caractéristique de l'Atlantique Nord. Cette circulation basée sur la théorie de Sverdrup ([14]) donne naissance à deux gyres représentant de façon simplifiée l'intergyre entre les gyres subpolaire et subtropical. Les gradients de vitesses vont créer des instabilités barotropes et baroclines qui forment des tourbillons de méso-échelle qui vont moduler la circulation dans la zone de l'intergyre. Dans certaines régions ces tourbillons peuvent devenir instables et donner naissance à des ondes de grandes échelles ayant une forte variabilité. On s'intéresse donc dans ce stage à l'influence de la résolution verticale dans un modèle shallow-water sur les caractéristiques de la variabilité basse fréquence en présence de turbulence méso-échelle.

## 2 Présentation du modèle

### 2.1 Modèle MICOM

Dans l'étude réalisée nous allons nous appuyer sur des simulations numériques (Y. MOREL (2001)) faites à partir du modèle Miami Isopycnic Coordinate Ocean Model (MICOM [17]). Le modèle résout les équations shallow water dans un système de coordonnées isopycnal, ce qui nous permet de suivre l'évolution de l'épaisseur des couches de même densité. Nous considérons ici la version adiabatique du modèle pour laquelle les équations d'évolution des traceurs température et salinité sont négligées. Les équations alors résolues sont :

$$\partial_t h_k + \text{div}(\vec{u}_k h_k) = 0 \quad (2.1)$$

$$\partial_t \vec{u}_k + (\vec{u}_k \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{u}_k + f \vec{k} \wedge \vec{u}_k = -\vec{\nabla} M_k \quad (2.2)$$

$$M_k = M_1 + \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i g h_i \left( \frac{1}{\rho_k} - \frac{1}{\rho_i} \right) \quad (2.3)$$

$$M_1 = g\zeta \quad (2.4)$$

où  $k \in [1, N]$  et  $N$  le nombre total de couches et  $h_k$  étant l'épaisseur de la couche  $k$  où la densité  $\rho$  est constante et  $M_k$  correspond au potentiel de Montgomery ([3]) qui joue le rôle de la pression dans le système de coordonnées isopycnal,  $\zeta$  représente la surface libre de l'océan. Le paramètre  $f$  correspond au paramètre de Coriolis et est explicité plus clairement dans la partie suivante. La grille utilisée est dite de type C (Arakawa [2]), où l'on utilise des grilles décalées pour chaque champs.

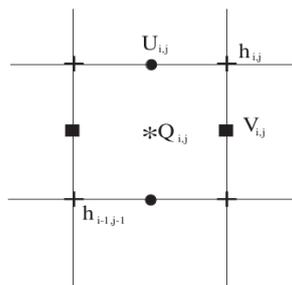


FIGURE 2.1 – grille décalée C

Pour résoudre les équations les schémas utilisés dans les équations sont du type leap-frog pour les dérivées temporelles dans la majorité des cas ou alors en schéma d'Euler d'ordre 1, les dérivées spatiales sont basées sur des schémas d'ordre 2.

## 2.2 Paramètres utilisés

On se rapproche ici de l'expérience de Sirven et al ([16]), mais certains paramètres sont modifiés de façon à se placer dans le cas idéalisé où le bassin est rectangulaire et le fond plat. Afin de limiter le coût de calcul le premier choix de résolution choisi est le tiers de degré ce qui correspond à un pas d'espace de 37 km. Les dimensions sont choisies de façon à représenter le bassin de l'atlantique Nord, le modèle s'étend alors de  $15^\circ$  à  $55^\circ$  N en latitude ( 4 440 km) et de  $70^\circ$  à  $10^\circ$  W en longitude( 6 660 km). Ce modèle est considéré en coordonnée cartésienne sur un plan  $\beta$  centré en  $35^\circ$ N. Le maillage forme donc un rectangle de  $181 \times 121$  points. Le gradient de vorticité planétaire est  $\beta = 2 \times 10^{-11} m^{-1} s^{-1}$  et le paramètre de Coriolis est  $f_0 = 1 \times 10^{-4} s^{-1}$  à  $35^\circ$  Nord.

La mise en mouvement des masses d'eau se fait par l'introduction d'une contrainte de vent. Cette contrainte correspond à un vent zonal constant au cours du temps et est représentatif du profil de vent dans l'atlantique Nord. L'intensité de celui-ci a été fixé, en observant les résultats du stage réalisé par F.Aguesse([1]), de manière à ce que dans le cas référence de la configuration, l'épaisseur de la première couche ne s'annule pas (outcropping).

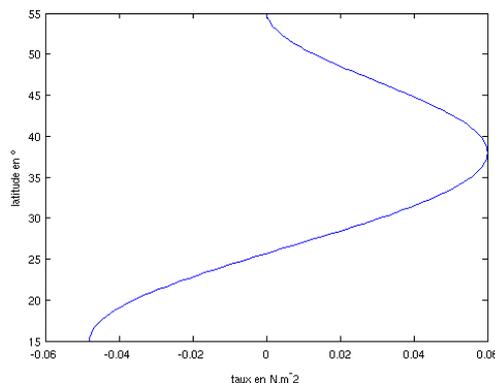


FIGURE 2.2 – Profil de vent zonal

Le modèle possède deux pas de temps distincts pour résoudre les phénomènes barotropes et baroclines. Les critères de CFL qui doivent être respectés sont :

$$batrop < 0.4 * \frac{gridn}{\sqrt{gH_{max}}}$$

$$baclin < 0.4 * \frac{gridn}{\sqrt{g \frac{d\rho}{\rho} H_{max}}}$$

Nous avons choisi ces paramètres afin d'optimiser au mieux le rapport temps de calcul/ précision afin de pouvoir réaliser des simulations dont les temps de réalisation ne soient pas trop importants (du fait d'être en mono-processeur) et pouvant être étudiées convenablement sur des périodes suffisamment longues

La viscosité turbulente est variable et de type biharmonique, c'est à dire de la forme  $\nabla^4$ . Le paramètre de viscosité est de type Smagorinsky, ce qui permet d'éviter le développement de bruit numérique notamment lors de chocs. En plus de la viscosité, un paramètre de frottement au fond est utilisé pour représenter la dissipation d'énergie à cet endroit.

### 3 Les expériences

Le profil de vent moyen génère une circulation océanique moyenne de type double gyre, avec gyre subtropical et gyre subpolaire. L'expérience est intégrée sur 200 ans avec une période de spin-up d'environ 50 ans. Dans le modèle, on relève les champs de vitesse et de hauteur à intervalle régulier soit de type snapshot soit moyens pour filtrer la turbulence.

Pour augmenter la résolution verticale (donc le nombre de couches), nous avons choisi, en partant de l'état initial de Sirven (2015), de discrétiser chacune des couches en sous-couches. Ce découpage nous permet alors de comparer suivant chacune des couches les différences de transport. On considère également que le saut de densité entre les couches est constant. Dans un profil typique de densité dans l'océan, plus la profondeur augmente plus le gradient de densité diminue, ceci couplé avec un saut de densité constant nous

contraint à choisir des couches de plus en plus épaisses pour se rapprocher du profil de densité d'un océan réaliste. Ces résultats sont regroupés dans la table 3.1.

Les sauts de densité pour chacun des cas ont été choisis de manière à ce que le premier rayon de déformation soit conservé. On rappelle qu'il est possible de trouver les rayons de déformation en résolvant le problème au valeur propre de Sturm-Liouville ([4],[13]) qui est de la forme suivante :

$$\partial_z\left(\frac{f^2}{N^2}\partial_z\psi\right) + \lambda^2\psi = 0 \quad (3.1)$$

où  $\psi$  représente la structure verticale des ondes qui se propagent, et  $N$  représente la fréquence de stratification de Brunt-Vaisala tel que entre deux couches

$$N^2 = \frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho}{dz}$$

Le premier rayon de déformation ainsi trouvé est proche de 22 km sachant que notre pas de grille est de 37 km. Les tourbillons engendrés par ce rayon ont un ordre de grandeur de  $2\pi R_1$ , ainsi le maillage nous permet de résoudre une partie des tourbillons méso-échelles qui correspondent au premier mode barocline. Le modèle utilisé est alors dit "eddy-permitting" du fait de son degré de résolution des tourbillons.

nbr couches	épaisseurs des couches dz(m)	dρ
3	450-950-2400	0.4
6	200-250-370-580-1000-1400	0.20
9	125-150-175-215-285-450-600-800-1000	0.12

TABLE 3.1

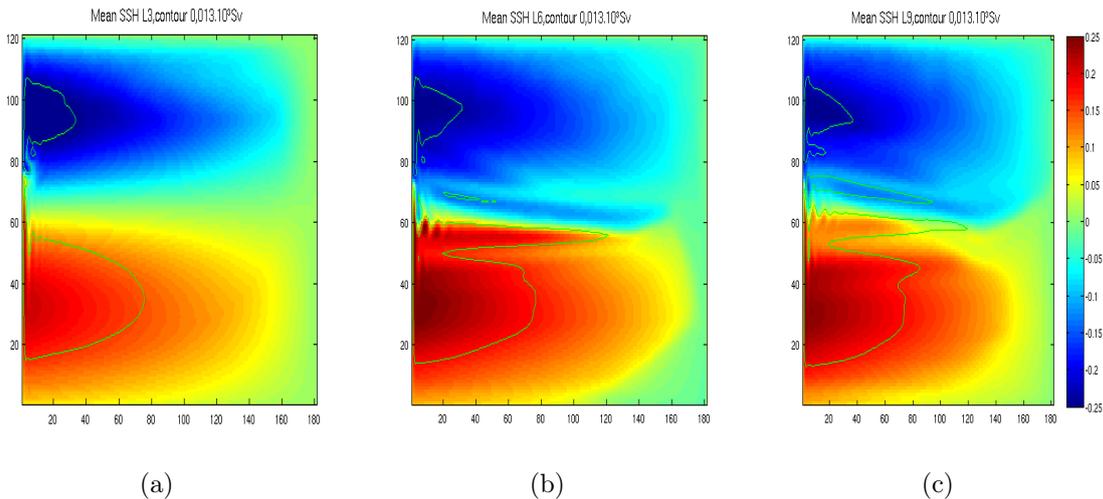


FIGURE 3.1 – Elévation de la surface libre moyenne en (a) 3, (b) 6, (c) 9 couches (m), contour à  $0.013 \cdot 10^3 \text{ Sv}$

## 4 Résultats

### 4.1 Etude de l'évolution de l'énergie au cours du temps

Il y a plusieurs façons d'établir les différences entre l'ensemble des simulations effectuées. Dans un premier temps nous avons décidé d'observer le comportement des différents modèles par l'intermédiaire de bilans en lignes liés à la simulation, ceux-ci nous permettent de visualiser l'évolution de l'énergie cinétique (KE) et de l'énergie potentielle disponible (APE) qui sont représentés dans la figure suivante.

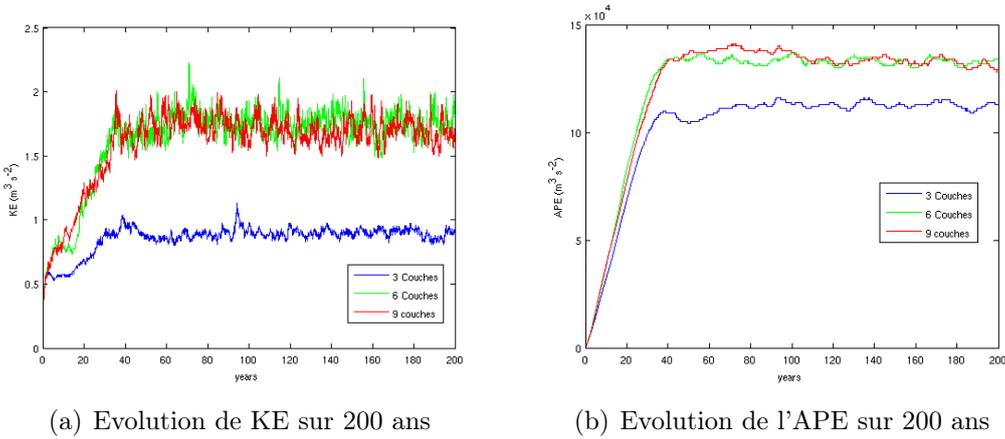


FIGURE 4.1

Et calculés comme suit :

$$KE \times A = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \int \int_A (u_k^2 + v_k^2) h_k dA$$

$$APE \times A = \frac{1}{2} g \eta_1^2 + \sum_{k=2}^N \frac{1}{2} g \frac{d\rho}{\rho_0} \eta_k^2$$

$\eta_k$  étant l'évolution de la profondeur de l'interface entre les couches définit comme :

$$\eta_N = h_N - h_{Nmoy}$$

$$\eta_1 = SSH$$

$$\eta_k = \eta_{k+1} + h_k - h_{kmoy}$$

Et  $h_{kmoy}$  représente l'épaisseur moyenne de la couche k.

Sur les graphiques précédents on note une différence notable entre le trois couches et les deux autres simulations avec notamment un facteur deux pour KE. Une justification de ce phénomène peut être mise en avant par la visualisation de l'écart type de la Sea Surface Height (SSH) (fig(4.2-(a),(c),(e))) qui permet d'observer les anomalies du niveau de la mer.

On remarque alors que dans le cas trois couches les anomalies sont contenues dans le bord nord-ouest sans faire apparaître d'anomalies dans la zone de l'intergyre. Dans les deux autres cas le des instabilités apparaissent dans cette zone ce qui signifie une activité plus importante des tourbillons de méso-échelle. Du fait de cette activité plus importante pour les configurations 6 et 9 couches il est normal que KE soit plus important dans ces simulations.

Le cas trois couches est en accord avec les calculs réalisé par Hochet (2015)[8] pour déterminer la zone d'instabilité dans l'hypothèse d'ondes longues dans un modèle double gyres en 2.5 couches (notre cas se rapproche de cette configuration puisque la dernière épaisseur est grande devant les autres). En décrivant de façon plus fine la verticale, il aurait été possible d'exprimer de façon plus précise les modes verticaux et ainsi confirmer l'hypothèse de Hochet sur le fait que les zones instables se trouvent là où la vitesse moyenne sur la verticale est projetée négativement sur le second mode barocline.

## 4.2 Etude des anomalies de SSH

Avant de regarder la SSH proprement dite, regardons l'évolution du gradient méridien de vorticité potentielle (PV) suivant la verticale. En effet un critère pour le développement d'instabilités baroclines est le fait que le gradient doit changer de signe suivant la verticale. Les gradients de PV dans chacune des couches sont représentés en figure 4.4. En faisant le parallèle avec le premier graphique de SSH on a bien que dans le cas 3 couches la zone au Nord est instable, puisqu'on observe un changement de signe entre la première et deuxième couche. Ces graphiques nous permettent également de voir qu'un changement de signe du gradient de PV apparaît au niveau de l'intergyre dans le cas 3 couches, cela signifie que ce critère est moins restrictif que celui émis par Hochet, ou qu'un autre phénomène ne permet pas le développement de telles instabilités. En comparant les figures de la première couche dans les trois cas on remarque que la seule différence est le changement de signe horizontal du gradient de PV qui correspond à des zone de formation d'instabilités barotropes. Ainsi le développement d'anomalies dans cette zone nécessiterait le changement de signe horizontal et vertical du gradient méridien de PV. On peut donc en conclure que les tourbillons situés dans la zone de l'intergyre sont autant issus d'une instabilité barotrope que barocline et non pas de l'activité seule d'une des deux. Puisque l'on regarde la moyenne du gradient PV, on a ainsi éliminé les composantes hautes fréquences, ainsi ce critère pourrait caractériser les instabilités basses fréquences.

Comme on l'a vu il est intéressant de s'appuyer sur la SSH pour repérer les zones où sont situées les anomalies. La première chose que nous avons remarqué est la différence d'activité entre les différentes simulations (figure 3.1, table 4.1).

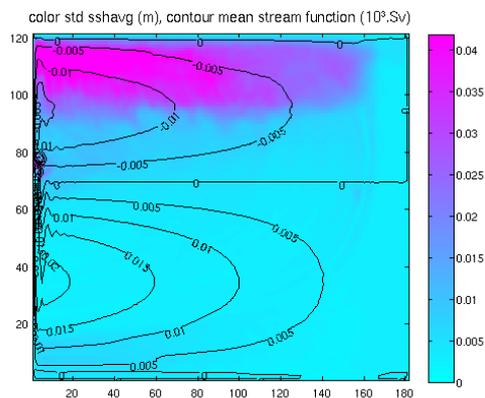
	3 couches	6 couches	9 couches
gyre subpolaire	0.0286	0.0220	0.0227
gyre subtropical	0.0265	0.0375	0.0280

TABLE 4.1 – Quantité d'eau déplacé par les gyres ( $10^3\text{Sv}$ )

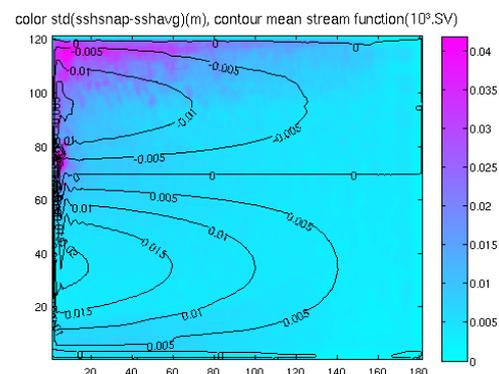
On remarque que l'augmentation du nombre de niveaux verticaux fait diminuer la quantité de masse d'eau déplacée dans le gyre subpolaire (même si celle ci augmente de nouveaux pour le 9 couches) et augmenter la quantité déplacée par le gyre subtropical. Le

cas 6 couches présentent une importante différence avec les autres modèles, et cela semble s'expliquer par le fait que de plus grande masse d'eau sont transportées par l'intergyre (on voit cela sur la fonction de courant non montrée ici). Au vu du contour présenté sur la même figure, on voit que la taille des gyres ne semble pas influencée par la discrétisation verticale, et que donc la seule variation se fait par la création d'instabilité dans l'intergyre. La SSH nous permettrait également d'étudier les variations pathologiques à différentes fréquences. Pour cela on sépare la SSH en deux composantes, une composante dite basse fréquence (LF) basée sur la moyenne de la SSH sur un an (ce qui revient à lisser la variabilité des tourbillons de méso-échelle), et une composante dite haute fréquence (HF) qui correspond à des relevés annuels de la valeur de la SSH (snapshot). La SSH s'écrit donc([11]) :

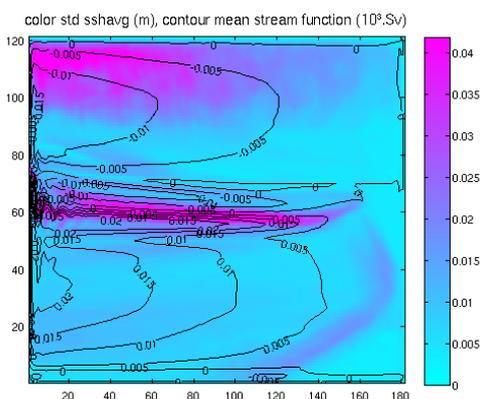
$$SSH(x, y, t) = SSH^{LF}(x, y, t) + SSH^{HF}(x, y, t)$$



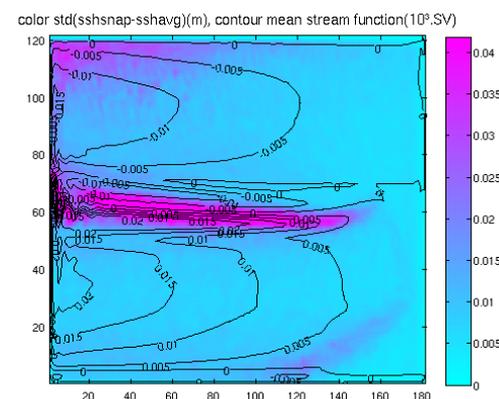
(a)



(b)



(c)



(d)

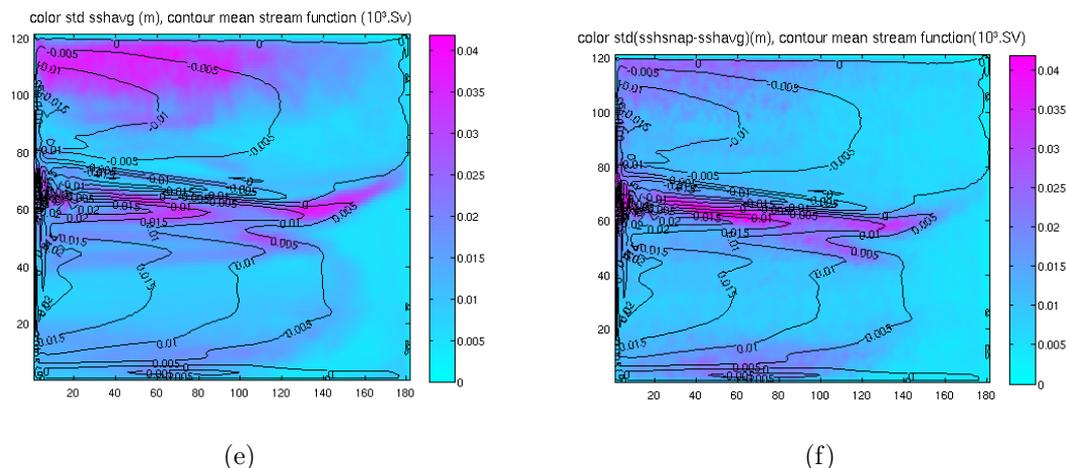


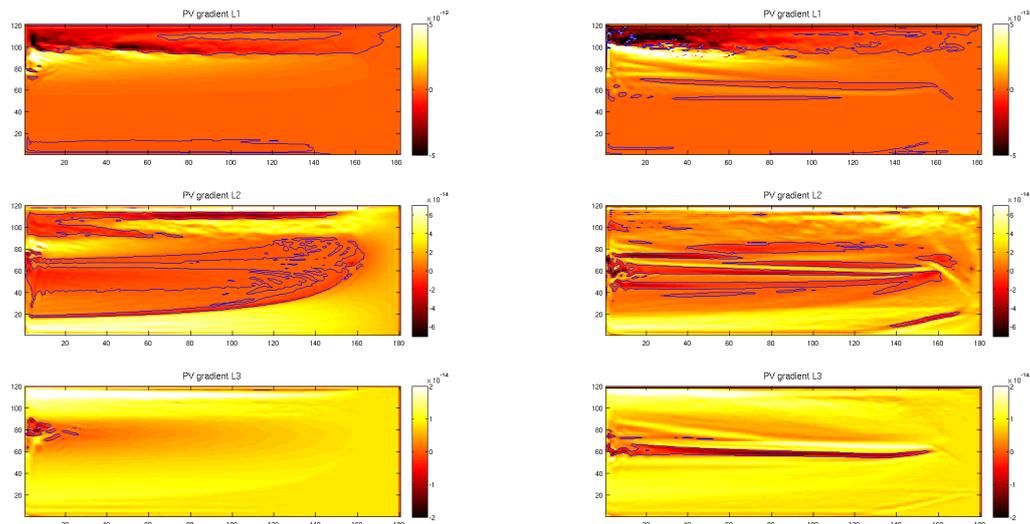
FIGURE 4.2 – Représentation de l'écart type de  $SSH^{LF}$   $SSH^{HF}$ (droite) pour 3 couches(haut), 6 couches (milieu), 9 couches (bas)(en m). Les contours représentent la fonction de courant( $10^3 Sv$ ).

Dans le cas de référence on voit que la variabilité basse fréquence (représentée dans la figure 4.2), est uniquement présente dans le bord Nord-Ouest ainsi qu'une partie moins importante dans le gyre de recirculation (Pedlosky [12]). Celui-ci est avant tout la source de la variabilité HF dans le bassin et permet de gérer le retour des masse d'eau dans l'intergyre. Le signal au Nord possède lui aussi une partie LF, celle ci a une amplitude qui est relativement du même ordre de grandeur que la variabilité HF (voir plus importante dans le coin Nord), mais recouvre une zone moins importante que la précédente. Aguesse a montré que ces anomalies au Nord étaient des ondes de Rossby non linéaires.

Dans les cas 6-9 couches, on remarque toujours la présence de cette variabilité LF dans le nord du bassin mais au vu des figures, celle ci, bien qu'elle couvre une zone de taille comparable, semble moins forte en amplitude par l'augmentation de la discrétisation verticale. On remarque également que la variabilité LF du gyre de recirculation est beaucoup plus importante que pour le cas trois couches, ce qui semble permettre au jet de générer des instabilités. Ce jet possède dans les deux cas une variabilité LF relativement importante par rapport à celle présente présente au nord. Les anomalies présentent dans le cas 6 couches semblent également plus resserrées que dans le cas 9 couches, et possèdent une variabilité plus importante. Mais, bien que l'activité soit moins importante en amplitude, ceci est contrebalancé par le fait que le transport se fait sur une zone beaucoup plus importante dans le cas 9 couches. De plus les anomalies se propagent plus loin vers l'est et se séparent en deux branches qui gèrent la recirculation des deux gyres, alors pour le 6 couches on peut observer seulement un début de branche vers le bord est. Dans les deux situations on observe grâce à la fonction de courant la présence de jet de retour de part et d'autre du jet central. Ceux ci semblent plus fort pour la partition la plus fine, et on remarque également dans le gyre subtropical la présence de jets zonaux qui modifient la forme de la fonction de courant.

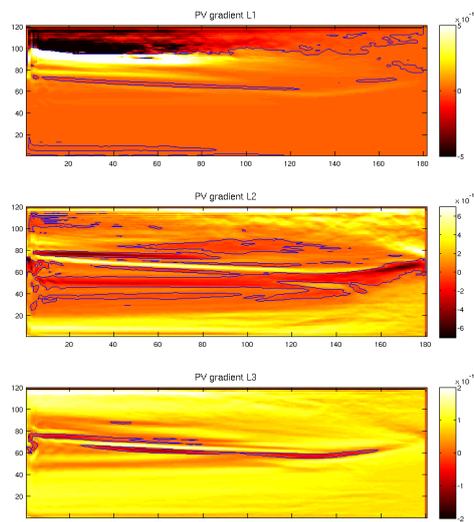
La variabilité HF est maximale à l'intergyre. Cela signifie que la circulation au sein de celui ci est avant tout dominée par des tourbillons de méso-échelle présents dans la zone, en effet ces tourbillons au vu de leurs durées de vie correspondent en général à la variabilité

HF dans un bassin (par rapport aux échelles de temps étudiées). Comme dans le cas LF, les amplitudes des anomalies sont moins importantes lorsque l'on augmente le nombre de couche. Il semble, en regardant la différence entre LF et HF, que la redistribution des masses d'eau à l'est du jet suivre une variabilité plus basse fréquence. Dans le cas 9 couches on voit apparaître une anomalie au sud du bassin, celle ci au vu de la forme de la fonction de courant dans la zone semble indiquer la formation d'un nouveau gyre tournant dans le même sens que celui plus au nord.



(a)

(b)



(c)

FIGURE 4.3 – Gradient de PV en (a)3, (b) 6, (c)9 couches, contour gradient de PV =0 ([PV]=m<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>)

### 4.3 Analyse par EOF

Ici on va s'intéresser à caractériser les anomalies de SSH repérées dans les observations précédentes. Pour cela nous allons réaliser une analyse EOF (Empirical Orthogonal Function [5]) pour extraire les signaux propagatifs de SSH sur une période, suivant le spin up, de 150 ans. Cette méthode permet de décomposer les fluctuations temporelles en modes spatiaux. Si on considère un jeu de données avec  $n$  positions spatiales et  $m$  coordonnées temporelles. On définit à chaque instant  $m$  l'état du système sous la forme :

$$SSH_m(X) = [SSH(x_1, m), \dots, SSH(x_n, m)]$$

Les EOF sont obtenues en trouvant les vecteurs propres associés à la matrice de covariance de SSH. Grâce à ceci on peut trouver les séries temporelles des anomalies de la  $k^{ieme}$  EOF en réalisant :

$$A^k(m) = \sum_{i=1}^n E_i^k SSH_m^i$$

Avec  $E_i^k$  le  $k^{ieme}$  vecteur propre. On peut ainsi reformer l'état des anomalies à un instant  $m$  en sommant l'ensemble des amplitudes  $A^k$  à cet instant donné. Cette méthode permet de trouver quelles variabilités ont plus d'impact sur le comportement temporelle d'un jeu de données.

Dans les données de SSH, la variabilité est relativement répartie sur les EOF ce qui signifie que le signal est turbulent. Pour pouvoir représenter environ 50 % de la variabilité il faut faire appel entre 9 et 13 EOF selon le nombre de couches choisies. Ainsi le comportement des ondes est relativement difficile à analyser du fait du nombre de composante à prendre en compte. Pour les cas suivants nous allons étudier les 4 premières EOF pour chacun des modèles, celles ci représentent pratiquement 30% de la variabilité totale. Même si ceci est faible, ces EOF vont nous permettre de voir quelles variabilités dominant dans chacun des cas.

Dans le cas 3 couches la variance qui domine représente 10% de la variance totale, et celle ci n'est pas forcément dominante par rapport aux autres. En effet celles suivantes sont supérieures à 5% ce qui les rend non négligeables. Leurs représentations spatiales sont données en figure 4.4, on peut alors bien confirmer par cette étude que les ondes sont effectivement localisées au Nord du bassin. Les ondes qui dominant dans ce cas sont de grandes échelles spatiales qui sont le long du bord Nord (Aguesse 2015). Les EOF 1 et 2 semblent couplées, en effet leurs différentes caractéristiques sont proches et grâce à leur série temporelle on voit que celles-ci sont en décalage de phase et possèdent des amplitudes proches. Il en va de même pour les deux EOF suivantes qui possèdent les mêmes caractères que ceux cités précédemment. Or d'après la théories des EOF dès qu'un minimum de deux composantes sont couplés, elles définissent une onde qui se propage. Dans ce cas on a alors deux ondes qui permettent d'expliquer plus de 40% du comportement de la variance dans la partie Nord.

Pour les cas 6 et 9 couches, on remarque que pour les variances qui prédominent, la variabilité est majoritairement située dans le jet de retour, en effet elles représentent dans chacun des modèle entre 20% et 24%. Cela signifie que la variabilité du jet est plus importante que celle dans le bord Nord et confirme donc que l'action dans la zone centrale est non négligeable et a un impact important au niveau de l'énergie global du système.

Dans le 6 couches l'EOF 1 (figure 4.5) représente plus de 20% du signal ce qui est extrêmement important par rapport aux autres valeurs qui elles représentent moins de 5% chacunes. Cela signifie que la première EOF représente une onde stationnaire sur laquelle se basent les autres EOF. En observant les trois EOF suivantes on peut dire qu'elles sont couplées au vu de leurs séries temporelles et de leurs représentations spatiales. Ce cas de triplet est un peu particulier puisqu'à différents instants, les composantes couplées changent, ce genre de phénomène peut avoir lieu lorsque le régime est relativement turbulent, il mélange ondes propagatives et jets zonaux. Il semble que dans un premier temps ces ondes qui sont indépendantes interagissent entre elles (ce qui expliquerait pourquoi elles sont couplées de façon aléatoire dans un premier temps), puis, après certains échanges, se stabilisent (après presque 50 ans) et forme une unique onde qui représente presque 13% de la variabilité totale.

On peut remarquer en observant les modèles 6 et 9 couches que les amplitudes des anomalies au Nord et du jet de retour semblent couplées. En effet sur les représentations spatiales des premières EOF, si la partie inférieure du jet (en dessous de l'ordonnée 60) et l'amplitude au nord semblent être toujours du même signe. Le nombre de simulations réalisées étant faible nous n'avons pu établir si il existe un réel lien entre ces phénomènes.

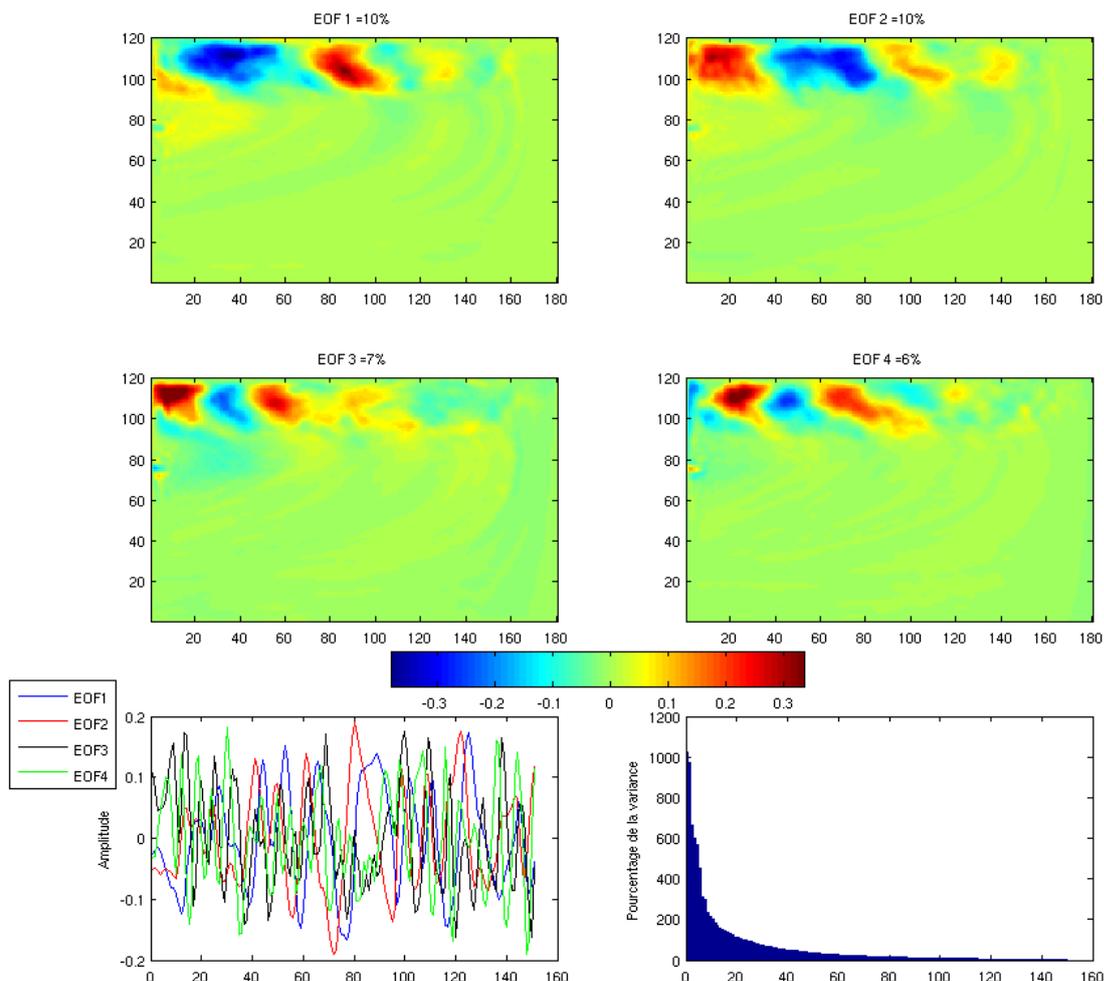


FIGURE 4.4 – Représentation spatiale des 4 premières EOF en 3 couches, correspondant à 10 % (a), 9.69 % (b), 6.69 % (c), 5.97 % (d) de la variabilité.

En 9 couches (figure 4.6) on remarque que le pourcentage de la variance représenté par l'EOF 1 est inférieur à celle de l'EOF 1 du 6 couches, ces deux représente le même type de variabilité. Pour cela il suffit de regarder les premières séries temporelles des deux signaux, mis à part le signe qui est opposé (qui dépend uniquement du post traitement) les deux signaux sont relativement proches. Ainsi on a une tendance sur le type de variabilité principal qui se dégage lorsque l'on augmente le nombre de couche. Comme dans le cas 6 couches, le signal n'est couplé à aucune EOF on a donc une onde stationnaire qui domine la variabilité dans le bassin. Cette variabilité semble apparaître en même temps que l'apparition du jet de retour vers l'est, et semble dominer la variation LF de la SSH au vu de la série temporelle de la première EOF. Les deux EOF suivantes, elles semblent couplées, même si sur les 40 premières années de leurs séries temporelles elles ont des comportements différents, cela semble s'harmoniser et les deux séries deviennent

déphasées et d'amplitudes comparables et forme donc une onde qui représente plus de 10% de la variabilité totale.

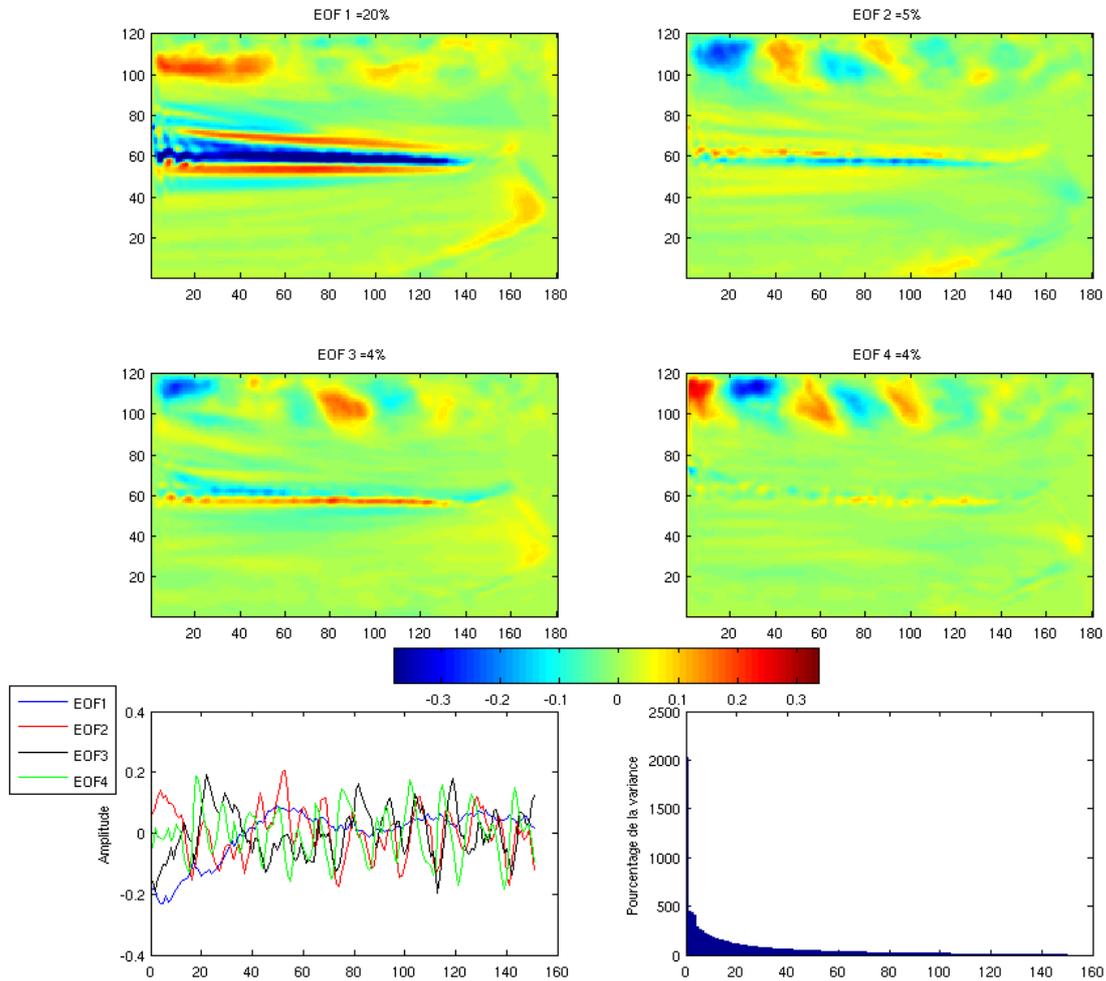


FIGURE 4.5 – Représentation spatiale des 4 premières EOF en 6 couches, correspondant à 20.61 % (a), 4.54 % (b), 4.38 % (c), 4 % (d) de la variabilité.

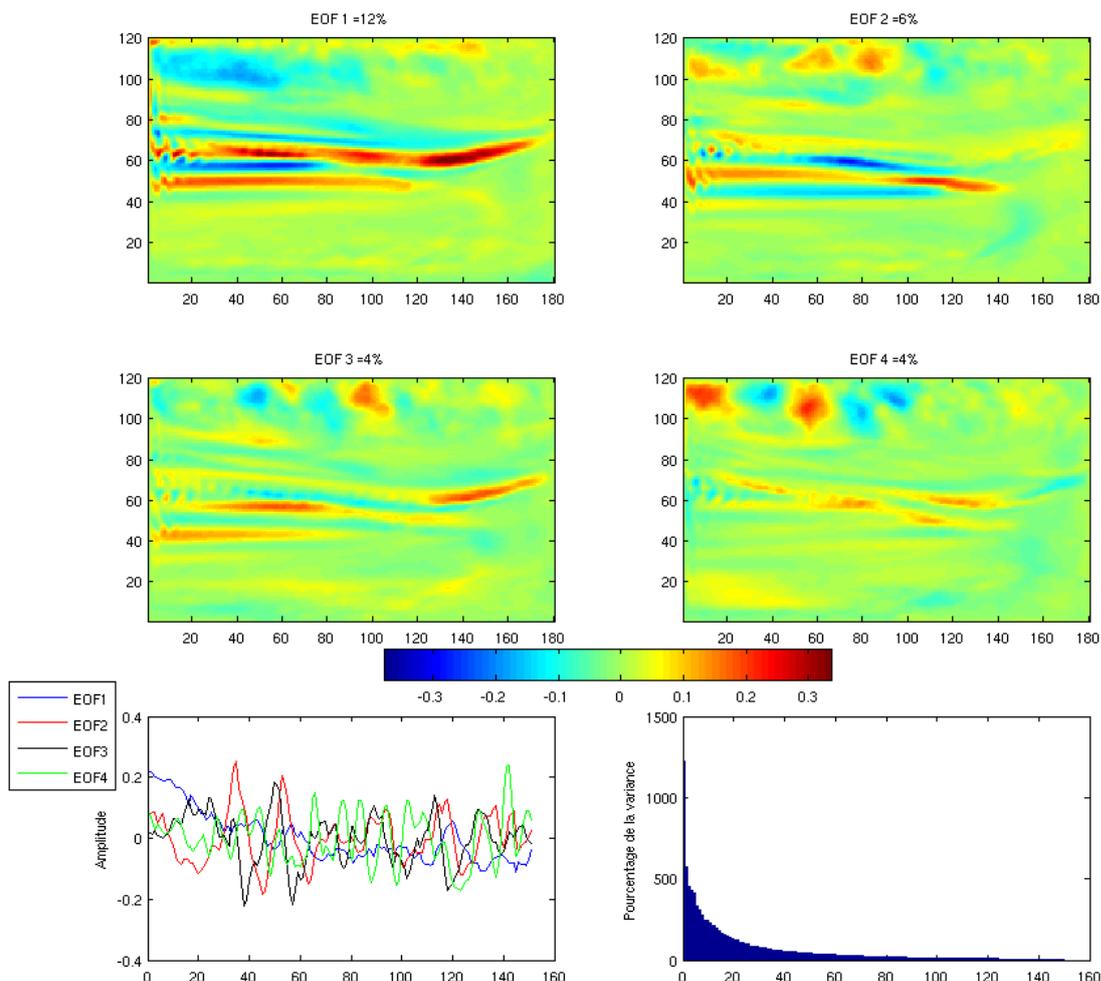


FIGURE 4.6 – Représentation spatial des 4 premières EOF en 9 couches, correspondant à 12.64% (a), 5.71% (b), 4.45% (b), 4.26% (d) de la variabilité.

Grâce aux EOF il est également possible de déterminer la fréquence de ces différences anomalies. Pour cela il suffit de réaliser une FFT sur les différents vecteurs propres qui représente la variabilité temporelle de chaque instant (figure 4.7). Compte tenu que les pourcentages de variance soient très proches, qui correspond à un régime relativement turbulent, il est difficile de distinguer de façon précise quelle partie du signal correspond à la variabilité du jet et quelle partie représente le bord Nord. Mais il est possible en analysant en parallèle FFT et les représentations spatiales des EOF de retrouver certaines ressemblances dans les structures.

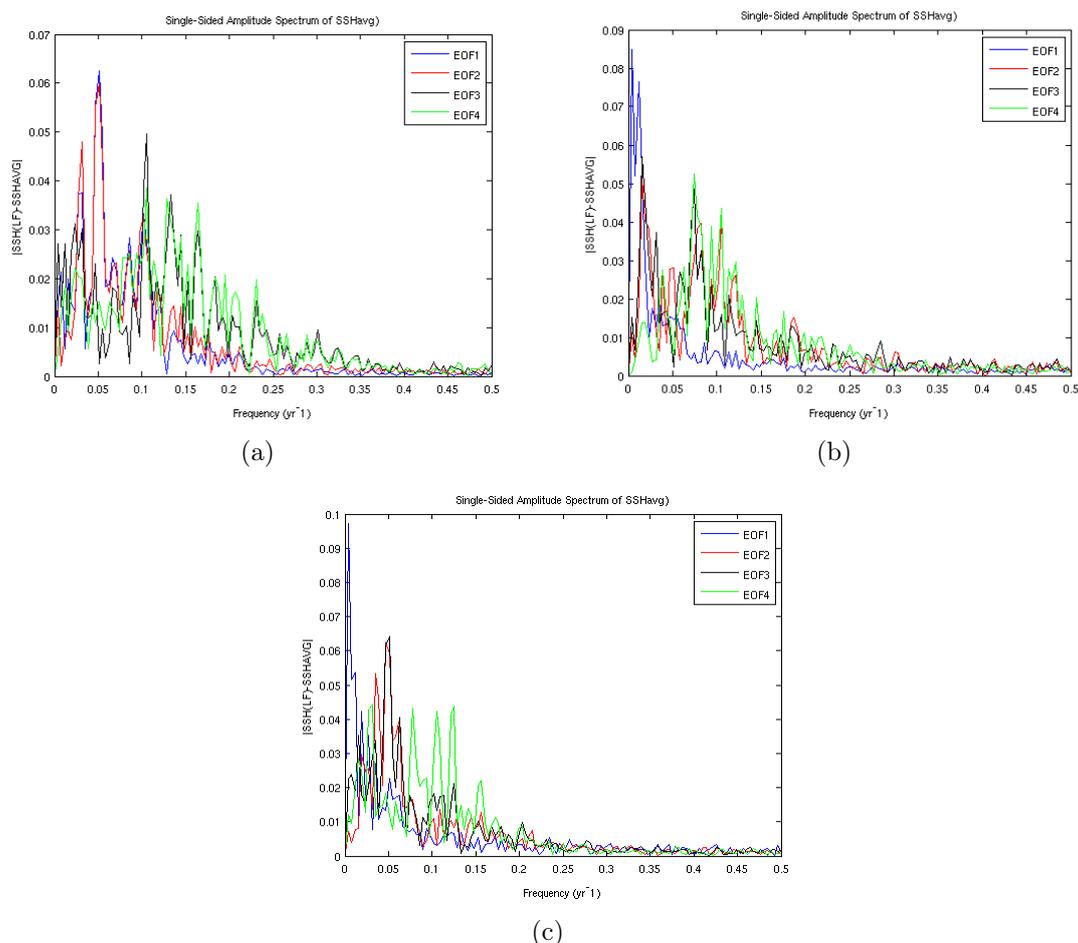


FIGURE 4.7 – FFT des 4 premières EOF en 3(a), 6(b), 9(c) couches

Dans le cas 3 couches l'ensemble des anomalies sont situées au Nord du bassin. Comme on l'a vu précédemment on a deux couples d'EOF qui représentent deux ondes qui gèrent la variabilité dans le bassin. Ceci est confirmé puisque chacune des EOF appartenant au couple possède les mêmes fréquences pic. La première onde est caractérisée par deux fréquences pic de  $0.03 \text{ yr}^{-1}$  et  $0.05 \text{ yr}^{-1}$  qui correspondent à des périodes de 22 et 33 ans. Ceci prouve bien que la variabilité dans le cas trois couche est avant tout basse fréquence. La seconde onde dominant la variabilité possède plus de pics qui représentent des périodes de 10, 7.7 et 6.25 ans, ce que bien qu'une grande partie de la variabilité est multi-décennale, il existe aussi des composantes inter-annuelle, décennale non négligeables.

Pour le 6 couches, on a vu que la première source de variabilité était due à une onde stationnaire qui gère principalement l'intergyre et le Nord du bassin. L'étude spectrale confirme bien l'hypothèse que cette variabilité est basse fréquence (voire très basse fréquence) avec des périodes pics de plus de 300 et 100 ans. Puisque le comportement des trois EOF suivantes est couplé, le comportement fréquentiel n'est pas exactement le même que pour le trois couches. Bien que l'on retrouve la même structure avec des fréquences pics proches, celles ci ont tendance à être plus basse fréquence que dans le cas précédent. Le comportement se rapproche plus particulièrement de l'onde formé des EOF 3 et 4

du 3 couches. En effet on a la même succession de trois pics. Le premier pic fait penser au premier pic ayant une fréquence de  $0.03 \text{ yr}^{-1}$  de l'expérience précédente. Ainsi ces trois composantes semblent être la somme (plus ou moins exacte puisqu'il manque le pic principal qui semble avoir permis de décaler les autres pics vers les basses fréquences) des quatre composantes du cas précédent.

Pour le 9 couches, on retrouve les différentes structures citées précédemment, c'est à dire le pic à la fréquence de  $0.003 \text{ yr}^{-1}$  qui correspond à la variabilité basse fréquence principale comme dans le cas 6 couches. La première onde qui est décrite par les EOF 2 et 3 qui rappelle le comportement de celle principale du cas trois couches. L'EOF 4 qui n'est couplée à aucune autre (il faudrait voir avec l'EOF 5), présente des caractéristiques similaires avec la seconde onde du cas 3 couches. Ainsi le cas 9 couches semble mieux représenter l'ensemble des variabilités, puisqu'il traite des variations très basses fréquences comme le fait le cas 6 couches, et il traite des variations un peu plus haute fréquence de la même manière que le cas trois couches le fait.

#### 4.4 Répartition d'énergie

Dans l'océan différents flux, tel que la chaleur où le vent, fournissent de l'énergie aux masses d'eau. Dans le cas présent, la seule contrainte de vent génère un flux vers l'énergie cinétique par la création de vitesses géostrophique et définit alors un partie de l'énergie que l'on appelle énergie cinétique moyenne (MKE). Par la mise en mouvement des masses d'eau, on va avoir une inclinaison des isopycnes et le centre de masse va se déplacer et former une réserve d'énergie potentielle (APE). Cette énergie potentielle peut être séparée en deux composantes, moyenne (MAPE) et turbulente (EAPE), une fois que la période de spin terminée. Suivant si l'on se place en coordonnée isobare ou isopycne, il existe soit un transfert de MAPE à EAPE ([6]), soit chacune des composantes reçoivent un flux en provenance de MKE. Les tourbillons de méso-échelle sont eux considérés comme étant la partie turbulente de l'énergie cinétique (EKE), ceux ci permettent de réaliser une cascade d'énergie visant à diminuer l'énergie de l'écoulement moyen formé par le vent, mais ils servent aussi de moyen de dissipation lorsqu'il y a libération d'APE. Ces tourbillons représentent alors une grande source de puits d'énergie [7]. Ces différents échanges forment ce qu'on appelle le cycle de Lorenz [15] qui définit les flux entre les différents réservoirs d'énergie dans l'océan.

Ici nous allons investiguer la répartition de l'énergie dans le bassin en fonction de la discrétisation verticale choisie. Pour ce faire nous allons utiliser la décomposition d'énergie utilisée par Holland [9] où KE et APE sont séparées en partie moyenne (MKE, MAPE) et turbulente (EKE, EAPE). Cette décomposition nous permet de savoir dans quel réservoir l'énergie du modèle est majoritairement située. On rappelle que l'unique source d'énergie est le travail du vent qui transmet un flux d'énergie dans la partie MKE et que de l'énergie est dissipé par frottement aux parois (bord et fond). Pour étudier la répartition d'énergie nous allons séparer chacune des composantes en partie Barotrope(bt) et Barocline(bc), ceci va nous permettre de définir sous quelles formes l'énergie est principalement répartie et observer comment cette répartition évolue par l'augmentation du nombre de modes verticaux. KE et APE sont définis comme dans la section 4.1.

Pour déterminer les différentes composantes ( $MKE_{bt}, MKE_{bc}, EKE_{bt}, EKE_{bc}$ ), nous avons décomposé les vitesses sous forme barotrope et barocline, les parties MKE sont

calculées à partir de valeurs moyennes sur une année afin de lisser les parties turbulentes. Pour calculer les composantes de EKE on se place sur des instantanés afin de capturer au mieux les valeurs turbulentes. On a donc :

$$MKE_{bt} \times A = \frac{1}{2} \int \int_A (\overline{u_{bt}^2} + \overline{v_{bt}^2}) H dA$$

$$MKE_{bc} \times A = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \int \int_A ((\overline{u_k - u_{bt}})^2 + (\overline{v_k - v_{bt}})^2) h_k dA$$

$$\overline{EKE}_{bt} \times A = \frac{1}{2} \int \int_A (\overline{(u_{btsnap} - \overline{u_{bt}})^2} + (\overline{(v_{btsnap} - \overline{v_{bt}})^2}) H dA$$

$$\overline{EKE}_{bc} \times A = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \int \int_A (\overline{((u_{ksnap} - u_{btsnap}) - (\overline{u_k} - \overline{u_{bt}}))^2} + (\overline{((v_{ksnap} - v_{btsnap}) - (\overline{v_k} - \overline{v_{bt}}))^2}) h_k dA$$

Les valeurs de l'EKE sont moyennées de façon à pouvoir les comparer de façon plus précise avec les autres valeurs.

	Mean	$\overline{Eddy}$
$KE_{BT}$	0.18	0.19
$KE_{BC}$	0.38	0.13
total	0.56	0.33
APE	108.1	3.97

	Mean	$\overline{Eddy}$
$KE_{BT}$	0.36	0.57
$KE_{BC}$	0.47	0.35
total	0.83	0.92
APE	127.68	4.97

	Mean	$\overline{Eddy}$
$KE_{BT}$	0.38	0.65
$KE_{BC}$	0.35	0.35
total	0.73	1.0
APE	128.53	5.75

TABLE 4.2 – Répartition de l'énergie en 3 couches (gauche), 6 couches(milieu), 9 couches(droite) en  $m^3.s^{-2}$

La première chose à remarquer est que la somme de MKE et de EKE correspond effectivement à la moyenne de KE représentée sur la figure 4.1 ce qui confirme que notre décomposition est correcte. Sur les chiffres trouvés on peut remarquer certaines tendances. On a en particulier la valeur de EKE qui augmente avec l'augmentation du nombre de couches. Cela montre que l'activité liée aux tourbillons méso-échelles est plus importante lorsque l'on augmente la discrétisation verticale. En particulier entre le 3 couches et les autres cas on voit une différence très importante, ce qui prouve que l'on a beaucoup moins d'activité turbulente dans ce modèle comme on l'a vu sur l'écart type de SSH avec l'intergyre. Ce phénomène peut être lié au fait que l'on résout plus de modes verticaux et donc que les modes baroclines de 3 à 6 contiennent une grande partie de l'énstrophie([10]), puisque entre le 6 et 9 couches on a peu de différence dans l'EKE malgré la présence de 3 modes supplémentaire. Dans la composante EKE la partie barotrope est non négligeable voire dominante et comme on l'a vue dans l'étude de PV un gradient horizontal (qui représente une instabilité barotrope) semble être nécessaire, on retrouve ici ce fait puisque dans le cas 6 et 9 couches on a plus d'activité barotrope (avec des variations de  $\partial_{yy} PV$  plus importantes) et  $EKE_{bt}$  est plus importante. La variation de MKE, elle, est relativement importante entre les trois cas, mais celle ci ne suit pas de tendance régulière, mais on peut remarquer que sa partie barotrope augmente avec le nombre de couches. En effet celle ci augmente avant de diminuer pour le 9 couches. Cela est majoritairement dû à la partie barocline qui n'est pas régulière au contraire de la partie barotrope.

En regardant la MAPE on remarque le même comportement que sur le graphique représentant celle ci puisque l'APE du trois couches est moins importante que dans les deux autres cas. Cela peut être dû au fait que l'épaisseur de la dernière couche étant relativement importante, la force nécessaire pour incliner les isopycnes doit être plus importante au vu de la masse d'eau et le vent ne parvient pas à transmettre suffisamment d'énergie pour que cela arrive. Comme on l'a dit MAPE augmente avec le nombre de couches et cela peut être justifié par le même raisonnement, puisque les masses d'eau sont plus faible, et que le flux d'énergie transmis du vent vers les masses d'eau est plus important, il est plus facile d'incliner les isopycnes et donc générer de l'APE. Cette hypothèse semble vérifiée par les premières simulations au  $1/6^\circ$  de degré (non montré ici) où l'APE ne varie presque pas et qui montre bien que cette composante est indépendante de la discrétisation horizontale.

L'EAPE augmente également avec la discrétisation, cela signifie que les pentes des isopycnes ont tendance à plus subir de variation lorsqu'on est plus précis. Dans un premier temps il semblerait logique de dire que puisque EAPE augmente cela à un impact sur la valeur de  $EKE_{bc}$  puisqu'une plus grande variation des pentes entraîne plus de relâchement d'énergie potentielle ce qui entraîne la création d'énergie cinétique turbulente. Or avec ce qu'on a vu précédemment ne va pas dans ce sens car on voit que la quantité de  $EKE_{bc}$  reste constante entre le 6 et 9 couches, mais  $EKE_{bt}$  lui augmente cela pourrait signifier que le relâchement d'EAPE se ferait par la création de gradients horizontaux de vitesse qui génèreraient eux, de l'instabilité barotrope.

Pour confirmer ces différentes hypothèses il faudrait pouvoir clôturer le bilan global de façon à voir dans quel sens et avec quelle intensité les échanges entre les différents réservoirs d'énergie ont lieu. Cette analyse a été commencée mais est incomplète. Plusieurs analyses telles que celle ci ont été menées par Holland [9] ou Bleck [6] mais concerne le cas d'un modèle shallow water. Il faut alors reprendre les équations de référence et les multiplier respectivement par  $u_h$  et  $v_h$  pour chaque couches. Puis en passant décomposant chacun des champs en partie moyenne et turbulente il est possible d'obtenir l'équation qui gère les flux d'énergie entre les différents réservoirs.

## 5 Conclusion

Nous nous sommes ici intéressé à la variabilité basse fréquence dans un modèle océanique shallow water forcé par un vent constant. Pour cela nous avons décidé d'étudier l'impact de la discrétisation verticale du modèle sur la variabilité du domaine. Nous avons dans un premier temps montré que l'augmentation du nombre de niveau verticaux avait un impact sur les conditions d'instabilité du jet de retour et donc sur le niveau global de l'énergie globale présente dans le bassin. En investiguant la SSH, il nous a été possible de définir avec précision les zones soumises à une variabilité basse fréquence et ainsi après diverses études regarder comment ces instabilités se propageaient dans le bassin. Ceci nous a permis d'établir que l'impact du nombre de niveaux verticaux est relativement important sur la variabilité globale du bassin. Bien que les caractéristiques des ondes se propageant au Nord soient dans l'ensemble conservées, la présence d'instabilités dans l'intergyre s'est révélé avoir un impact important sur la variabilité de l'ensemble du domaine. Ces différences dans la présence ou non d'instabilités nous ont mené à étudier la répartition d'énergie. En séparant l'énergie en différentes composantes, nous avons remarqué que l'augmentation de la discrétisation augmentait l'énergie présente sous forme turbulente avec une prédominance de la partie barotrope. Une interprétation possible pour ce comportement et qu'une partie du flux de l'énergie potentielle turbulente vers l'énergie cinétique turbulente génère des gradients de vitesses horizontaux qui développent des tourbillons barotropes. On a vu que la résolution verticale dans le cadre de la configuration "eddy-permitting" a un impact important. Le cas trois couches ne permet clairement pas de représenter la turbulence méso-échelle qui a un impact sur la circulation et la répartition d'énergie. Cette turbulence commence à être résolue de façon marginale lorsqu'on augmente le nombre de couches. Ainsi une étude similaire en augmentant la résolution horizontale nous permettrait de mieux résoudre les rayons de déformation des modes verticaux plus élevés et ainsi de mieux représenter les cascades d'énergies dans les modèles. Nous avons également mis en avant l'existence d'un éventuel lien entre la variabilité de l'intergyre avec celle des ondes au Nord, ainsi l'augmentation de la résolution horizontale permettrait de mieux étudier ce phénomène afin de définir son origine.

## Références

- [1] F. Aguesse. Long term variability in a 2.5 layers shallow water mode.
- [2] A. Arakawa and V. R. Lamb. *Computational design of the basic dynamical processes of the UCLA general circulation model*. Academic Press, 1977.
- [3] Cushman-Roisin B. *Introduction to Geophysical Fluid Dynamics* . Prentice-Hall, 1994.
- [4] A. Beckmann. Vertical structure of midlatitude mesoscale instabilities. *Journal of Physical Oceanography*, 1988.
- [5] P.S. Berloff and J.C.McWilliams. Large-scale, low-frequency variability in wind-driven ocean gyres. *Journal of Physical Oceanography* 29, 1999.
- [6] R. Bleck. On the conservation between mean and eddy components of potential and kinetic energy in isentropic and isopycnic coordinates. *Dynamics of Atmosphere and Oceans*, 1985.
- [7] A. E. Gill, J. S. A. Green, and A. J. Simmons. Energy partition in the large-scale ocean circulation and the production of mid-ocean eddies. *Deep-Sea Research*, 1973.
- [8] A. Hochet, T.Huck, and A.Colin de Verdiere. Large scale baroclinic instability of the mean oceanic circulation : a local approach. *Journal of Physical Oceanography* 45, 2015.
- [9] W.R. Holland. The role of mesoscale eddies in the general circulation of the ocean—numerical experiments using a wind-driven quasi-geostrophic model. *Journal of Physical Oceanography* 8, 1978.
- [10] B.L. Hua and D.B.Haidvogel. Numerical simulations of the vertical structure of quasi-geostrophic turbulence. *Journal of Atmospheric Sciences* 43, 1986.
- [11] T. Huck, O.Azel, and F.Sevellec. Multidecadal variability of the overturning circulation in presence of eddy turbulence. *Journal of Physical Oceanography* 45, 2015.
- [12] Pedlosky J. *Ocean Circulation Theory*. Springer, 1998.
- [13] Pijush K.Kundu. *Fluid Mechanics*. Academic Press Limited, 1990.
- [14] Geoffrey K.Vallis. *Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, 2006.
- [15] E. N. Lorenz. Available potential energy and the maintenance of the general circulation. 1955.
- [16] J. Sirven, S.Février, and C.Herbaut. Low-frequency variability of the separated western boundary current in response to a seasonal wind stress in a 2.5-layer model with outcropping. *Journal of Marine Research* 73, 2015.
- [17] Morel Y. *Schema numeriques MICOM*. EPSHOM-CMO, 2001.